



UPPSALA
UNIVERSITET

Institutionen för pedagogik, didaktik och utbildningsstudier
Självständigt arbete 1 för grundlärare Fk-3 och 4-6, 15 hp
VT17

Bråk i matematikläromedel

En jämförande studie mellan svenska och finska läromedel gällande arbetsområdet bråk

Malin Eklund och Grace Heinin

Handledare: Viktor Englund

Examinator: August Aronsson

Sammanfattning

Syftet med denna studie är att belysa bråkräkningens roll i den svenska respektive finska skolan genom att undersöka matematiska läromedel för elever. Bråkräkningen är en matematisk baskunskap som ligger till grund för andra områden inom matematiken som algebra, procenträkning samt att de aktuella räknereglerna för decimaltal motsvarar reglerna för bråk (Ma, 1999, s. 55; Löwing, 2008, s. 229). Trots att Sverige och Finland är grannländer uppvisar de vitt skilda skolresultat, bland annat i matematik, och det är möjligt att läromedlens framställning av bråkräkning har en central roll i detta. En innehållsanalys har därför gjorts av tre läromedel från respektive land där avgränsning gällande årskurser gjordes till årskurs fyra.

Genom att använda en komparativ metod granskades de utvalda läromedlen (Denk, 2002, ss. 7,31). Böckernas innehåll, språkbruk, symboler samt kreativa matematiska resonemang har analyserats för att åskådliggöra likheter respektive skillnader läromedlen emellan. Jämförelsen baserades på didaktikforskaren Madeleine Löwing modell över människors uppfattningar av bråktal (2008, ss. 249–253). Resultatet som framkom var att de finska matematiska läromedlen gynnar inläring av matematik i större utsträckning än de svenska. Analysen visade att de finska läromedlen är mer komplexa till innehållet. Finland börjar med mer avancerad bråkräkning redan i lågstadiet, något som inte sker förrän under mellanstadiet i Sverige. Detta då endast lättare bråkräkning berörs under årskurserna 1–3 i svensk skola, vilket framkommer om man granskar de olika ländernas läroplaner. En snabbare progression i de finska läromedlen kan även skönjas. Deras matematiska språk blir mer avancerat i snabbare takt, något som verkar gynna de finska elevernas inläring inom matematiken. I de svenska materialen uppmanar läromedlen att undervisningen kan vara ämnesintegrerat genom ett större omfång av flytande text. Vilket har lett till att *Pixel* (2007) och *Mattespanarna* (2011) även har ett mer varierat bildspråk i form av olika modeller som tillhandahålls eleverna, vilket i sig är positivt. Men de finska läromedlen var däremot mer innovativa samt omfattade en större grad komplexitet innehållande olika typer av uppgifter, svårigheter samt konkret material.

Vi vill rikta ett stort tack till Magdalena Lindberg, läromedelschef för svenskspråkig utgivning på förlagsaktiebolaget Otava samt Kenneth Nykvist som jobbar på Schildts & Söderström som försäljningschef för läromedel. Utan ert bidrag av material hade denna studie varit svår att genomföra.

Nyckelord: Matematik, Finska och svenska läromedel, Läromedelsanalys, Undervisning i bråk.

Innehållsförteckning

Inledning.....	4
Bakgrund.....	5
Syfte och frågeställningar.....	7
Forskningsöversikt	8
Undervisning i bråkräkning	8
Teoretiska utgångspunkter	11
Matematiskt språk	11
Assimilation och Ackommodation.....	12
Viktiga begrepp	13
Metod	14
Avgränsningar inom studien	15
Didaktisk relevans	16
Urval och material.....	16
Uppdelning av arbetet	18
Litteraturanalys.....	19
Svenska läromedel.....	19
Mera Favorit matematik 4B	19
Pixel Matematik 4B Grundbok	20
Uppdrag Matte Mattespanarna 4B.....	22
Finska läromedel	23
Karlavagnen.....	23
Lyckotal 4B.....	25
Min matematik 4b	26
Resultat.....	28
Diskussion	30
Konklusion	33
Referenslista.....	34
Bilagor	37
Bilaga 1.....	37
Bilaga 2.....	47

Inledning

Finlands undervisning har fått stor plats i media efter att den senaste PISA-undersökningen (2015) genomfördes. Finland toppade undersökningen medan Sverige med knapp marginal klarade genomsnittet. Det har blivit en omdiskuterad fråga varför de två grannländerna visar olika resultat, till Finlands fördel.

Utifrån de observationer som gjordes under våra respektive verksamhetsförlagda utbildningar ledde till att vi ville granska läromedlen i matematik, som har en framträdande roll i undervisningen med inriktning på arbetsområdet bråk. Under våra respektive VFU-perioder kunde vi fastslå att just arbetsområdet bråk upplevdes som svårt i de respektive läromedel som användes, och att det inte konkretiseras på ett didaktiskt gynnsamt sätt för eleverna. Liping Ma menar att bråkräkningen får en mindre plats än andra matematiska inriktningar i klassrummet. Detta är problematiskt då eleverna behöver dessa kunskaper för en djupare förståelse av matematik eftersom bråkräkning ger viktig förkunskap till andra matematiska fält (1999, s. 55).

Här väcktes vårt intresse för huruvida det finns en koppling mellan undervisningsmaterialet och elevernas förståelse för bråkräkning. Vårt eget intryck är att matematikundervisning i allra största grad är bunden till läromedlet, vilket styrks av en rapport från Skolverket med namnet *Lusten att lära – med fokus på matematik* (2003, s. 39).

Idag har det blivit en trend att efterlikna Finlands undervisningsmetoder inom matematiken, och Finland ses allmänt som ett föredöme inom utbildningsvetenskap (Bedroth, Persson, 2015). Vi beslutade därför att jämföra modellerna för matematikundervisningen som finns beskrivna i några svenska respektive finska läromedel, för att se vilka skillnader de uppvisar och vad detta kan ha för betydelse.

Bakgrund

Den internationella organisationen OECD (Organisation for Economic Co-operation and Development) genomför vart tredje år världens största elevstudie som betecknas PISA (Programme for International Student Assessment). Undersökningen anlägger ett internationellt perspektiv där 15-åriga elevers kunskaper från olika länder kartläggs. Syftet är inte att ställa eleverna mot respektive läroplan, utan undersökningen har konstruerats för att ge en överblick på gruppnivå gällande elevers kunskaper (Skolverket, 2016, PISA 2015, s. 9). TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) är ytterligare en internationell studie som i årskurs fyra och åtta har som syfte att undersöka kunskaperna hos elever i naturvetenskap samt matematik (TIMSS, 2015, s. 5). Internationella studier som PISA och TIMSS bidrar enligt Skolverket “till att den nationella bilden vidgas och berikas” vilket i sin tur “ger värdefull information om det svenska skolsystemet” (Skolverket, 2013, s. 3).

Enligt Skolverkets pressmeddelande uppnådde Sverige ett förbättrat resultat i PISA-undersökningen 2015 jämfört med förut (Skolverket, 2016). Sverige hamnade 2015 över genomsnittet av OECD-länderna med en placering på en 17: onde plats av 72 länder varav 35 är OECD-länder. Tidigare var Sverige ett av de länder som låg under genomsnittet för OECD-länder (Skolverket, 2013, s. 11). Finland däremot kunde man återigen finna i toppen med höga resultat, vilket de har fått sedan år 2000 då första PISA-mätningen genomfördes (PISA 2017). Resultaten i matematik placerade Finland på en åttondeplats av de 72 länderna (PISA 2015 s. 25).

År 2015 utfördes den senaste TIMSS-undersökningen och även här kunde man se en ökning i matematikkunskaper sedan år 2011, men trots detta ligger Sverige fortfarande lågt i resultat. Sverige hamnade på en 26:e plats medan Finland hamnade på en 17: onde plats av 49 (TIMSS, 2015, ss. 22–23). Trots den senaste framgången i PISA 2015 och TIMSS 2015 ligger Sverige fortfarande efter i sina resultat jämfört med Finland. Vad är då bakgrunden till respektive lands resultat och kan det förankras i matematiska läromedel?

Svensk grundskola börjar på hösten året när barnen fyller sju år och pågår under nio år (Skolverket, 2017). Matematikundervisningen ska utveckla matematiska kunskaper hos eleverna, vara kreativ, reflekterande samt problemlösande. Undervisningen ska även ge förutsättningar att ta beslut i konkreta situationer. Eleverna ska kunna välja mellan olika strategier samt värdera dessa. Målet i kursplanen som berör vårt val av ämne är att eleverna ska behärska “tal i bråk- och decimalform och deras användning i vardagliga situationer” (Skolverket, 2015, ss. 47, 64).

Finlands skolsystem börjar i snitt när barnen är sju år och pågår i 10 år (Utbildningsstyrelsen, 2017). Synen på inläring är att den ska ske på ett individuellt och ett socialt plan som ska bygga upp matematiska kunskaper och förmågor. Lärandet ska vara motiverande och ske på en nivå där läraren utgår från elevernas tidigare kunskaper. Det centrala innehållet som speglar målet är att eleven ska lära sig begreppet bråk samt öva detta i olika situationer (Undervisningsstyrelsen, 2014, ss. 30, 238). Dessa två grannländer har en lång sammanlänkad historia bakom sig, Finland var en

del av Sverige i ca 600 år vilket man än idag kan se spår av. I Finland har man bland annat två officiella nationalspråk, svenska samt finska (Nationalencyklopedin, Finland, 2017).

Trots mycket gemensamt råder det även stora skillnader mellan länderna. Kunskapsnivåerna är en av dessa och vissa skolor i Sverige har till och med valt att anamma en finsk profil för att få upp skolresultaten (TV 4, nyhetsmorgon, 2016). Kirsti Hemmi som är utbildad lärare samt professor i matematikdidaktik vid Åbo Akademi har över 30 års erfarenhet av både likheter och skillnader i Sveriges och Finlands matematikundervisning. Hon menar att matematikmaterialet påverkar mycket och att det finska materialet är mer anpassat till alla elevers olika kunskapsnivåer (Hemmi, 2015). Med denna studie granskas det om detta antagande stämmer, och därför jämförs svenska läromedel mot finska läromedel.

I Sverige har vi under en längre tid försetts med oroväckande information om att elevers kunskapsnivåer sjunker, däribland i matematik som är ett av de tre kärnämnen i skolan. Att bråkräkning får mindre plats än andra matematiska områden är alarmerande enligt Liping Ma. Detta då bråk anses utgöra grunden för vidare matematiska kunskaper, och är den mest avancerade beräkningsmetoden inom aritmetiken (1999, s. 55). Skolverket genomförde en satsning inom matematikämnet mellan 2009–2011. Där skolor i Sverige kunde ansöka om bidrag med intention att höja elevernas resultat i matematik. Med anledning att de lågpresterande eleverna blivit allt fler och de högpresterande elevernas resultat försämrats. Huruvida denna satsning gav förbättrat resultat inom matematiken är dock svårt att säga. Däremot visade satsningen att ett stort antal lärare saknade den didaktiska utbildningen som krävs för att nå fram till eleverna (Skolverket, 2011, ss. 9, 34–35). Vilket är negativt om man ser till professor Dylan Wiliam som menar att det som ger bäst framgång hos eleverna är inte vad som lärs ut utan hur det lärs ut (2013, ss 28–29).

Syfte och frågeställningar

Syftet med denna studie är att jämföra svenska och finska läromedel ur ett matematikdidaktiskt perspektiv, med fokus på deras behandling av bråkräkning.

För att svara på det aktuella syftet har vi valt att använda oss av följande frågeställningar:

1. Vilka pedagogiska modeller tillhandahålls eleverna i form av konkreta material, symboler samt bilder i de utvalda läromedlen?
2. Vilken tyngdpunkt och medvetenhet har läromedlen på det matematiska språket gällande årskurs 4 i respektive land?
3. Hur skiljer sig upplägget och strukturen i läromedel från de olika länderna?

Forskningsöversikt

Nedan följer tidigare forskning som anses vara relevant för denna studie. Det finns omfattande forskning angående matematik men valda delar är förankrade i bråkräkning eller bråkundervisning. De valda verken som återfinns nedan är skrivna av framträdande personer inom matematikdidaktik.

Undervisning i bråkräkning

En problematik som uppmärksammats under de senaste åren är att bråkräkningen till stor del plockats bort från undervisningen. Madeleine Löwing filosofie doktor i matematik, menar att det är många läromedelsförfattare samt lärare som avstår från tal i bråkform. Anledningen tros vara att bråkräkning inte längre förekommer i samhället i samma utsträckning som förr i tiden. Då lades betydligt mer fokus på bråkräkning samt dess regler i ett tidigare skede än idag. Det anses istället att kunskaper om decimaltal, även kallade speciella bråk, skall vara tillräckligt hos eleverna. Att undervisningen nu bortser från bråkräkning av olika anledningar får som konsekvens att de ”reglerna för hur man opererar med decimaltal ofta blir rutinmässiga och att eleverna därför saknar förståelse för dem” (2008, s. 229). Alla tal kan inte skrivas om som konkreta decimaltal vilket skapar problem för eleverna att förstå talen, samt att de då måste använda miniräknare för att lösa räkneoperationerna. Detta leder i sin tur till att eleverna inte lär sig hantera motsvarande matematiska strategier i algebra (Löwing, 2008, s. 247; McIntosh 2008, s. 27). Matematikstudier som förr varit inriktade på elevers förmåga till att bland annat lösa ekvationer samt förenkla algebraiska uttryck har på senare tid fått ett starkare fokus på kommunikation, tillämpning, samt problemlösning inom matematiken (Skolverket, 2003 s. 7).

Undervisning som är till stor del bokbunden gör att eleverna får arbeta självständigt, vilket motsvarar uppemot 95% av matematiklektionerna. Elever som då saknar grunden i bråkräkning har rimligtvis en decimerad chans att klara av självständigt arbete då en betydande del av de matematiska grunderna saknas och motivationen blir svår att upprätthålla (Skolverket, 2003, ss. 14–15; Löwing, 2008, s. 247). Natalia Karlsson docent och lektor samt Wiggo Kilborn universitetslektor i matematik, menar att vikten borde ligga på att analysera och diskutera olika val av strategier och metoder för att utrusta eleverna med verktyg för att utvärdera och lösa matematiska problem (2015, s. 23). Många elever har svårt att förstå värdet av matematik och matematiskt tänkande, och de anser ofta att problemen ligger i att läraren haft svårt att förmedla kunskapen till dem. Då konkretisering hjälper till att skapa en djupare förståelse skulle det gynna eleverna om matematiken kunde knytas till något utanför skolan (Skolverket, 2003, ss. 29–30). Det medför att förkunskap även i bråkräkningen är behövligt hos elever, särskilt då detta krävs i senare skede för att både förstå algebra som innebär att dividera okända tal (räkning med bokstäver), procenträkning, samt att de aktuella räkneregler för decimaltal motsvarar reglerna för bråk. Elever med bristfälliga kunskaper ser bråktal endast som en del av en hel, och kan inte även se talen i dess helhet. Genom att kunna

redovisa för del av en hel samt även se hela helheten, kan även procentbegreppet bli mer förståeligt för eleverna. Det krävs med andra ord att barnen lär sig proportionalitet för att lyckas med sitt lärande (Karlsson, Kilborn, 2015, s. 92).

Professor Alistair McIntosh skriver i *Förstå och använd tal - en handbok* att termen bråk betecknas olika i olika läromedel. Ibland menas det som ett tal och ibland för att beteckna ett tal. I vardagen används bråk som en uppdelning av halvor och fjärdedelar i olika situationer. I vardagen används inte bråk för att uttrycka ett exakt tal. Bråk används som ett uttryck, när en pizza exempelvis delar i fyra delar, uttrycks det som fjärdedelar även om delarna i sig inte är lika stora (2008, ss. 27 - 28).

McIntosh menar att bråk även kan associeras med division eftersom uppställningen av talen är densamma. Men för att få en vidare förståelse måste det förstås även kvoten kan skrivas som ett bråktal. När man delar upp en samling är det fundamentalt att veta att alla delar måste vara lika stora. Det är grundförståelsen för att förstå tal i bråkform. I vardagen kommer vi långt med att inte använda bråk vilket var mer vanligt förr. Om vi exempelvis mäter en sträcka och vill veta hur mycket en sjundedel är väljer vi istället att göra om det till mindre enheter eftersom det gör det lättare för oss, samt använda hela positiva tal istället för att använda oss av bråktal eller decimaltal. McIntosh poängterar att det viktigaste för eleven att veta är att alla delar är lika stora vid bråk innan kunskapen kan breddas och fördjupas. Han menar även att övergången från positiva heltal till bråkform är svår och kritiskt för många elever eftersom det i matematikundervisningen läggs mycket tid på att kunna de fyra räknesätten men inte lika mycket på bråkräkning. Vid missförstånd har eleverna inte fått tillräckligt med tid för att förstå och bekanta sig med bråkform (2008, ss. 28–29).

McIntosh ställer upp fyra grundaspekter för att förstå bråk:

- “alla delarna måste vara lika stora för att de ska vara bråkdelar (bråkdelen behöver inte nödvändigtvis ha samma form eller utseende i konkreta exempel)”
- “nämnaren visar i hur många delar en hel har delats”
- “ju större nämnare är när täljaren är densamma, dvs ju fler delar helheten är delad i, desto mindre är bråket eftersom varje del blir ju mindre”
- “täljaren visar hur många delar av helheten vi har”.

Förstår man de fyra punkterna ovan har man en god grund för att bredda och gå djupare i sin förståelse av bråk (2008, s. 29).

McIntosh tar upp flera kända missuppfattningar och svårigheter för eleverna. Den första som har tagits upp ovan är att eleven inte förstår att delarna ska vara lika stora för att det ska motsvara ett korrekt bråktal. En annan missuppfattning kan ske när läraren muntligt presenterar bråk. En tredjedel benämns med ordet tredje, elevernas tidigare erfarenheter av tredje är som ett ordningstal. Det kan för vissa elever skapa missuppfattningar, inte minst elever med svenska som andraspråk. En annan svårighet som eleverna har är när eleven skriver bråk eftersom det ser precis ut som ett tal i division. Det kan då vara svårt att förstå att en tredjedel ($1/3$) är ett tal och inte två tal som divideras med varandra. Eleven kan även ha svårt att förstå att en tredjedel ($1/3$) också är ett tal med två delar, en nämnare och en täljare. Vid användning av tallinjen gör eleverna flera misstag.

Ett misstag är när man ska sätta ut en tredjedel och en femtedel, så hamnar en femtedel närmare en hel eftersom talet fem är större än talet tre. Men eftersom det är tvärtom vid bråktal kan det bli en svårighet. Vid undervisningen menar McIntosh att man ska introducera kunskapsområdet med olika typer av konkret material men samtidigt knyta an till vardagen, exempelvis hur många delar är en dag av en hel vecka (2008, ss. 29–35).

Forskningen visar att kunskaper i bråkräkning är viktiga för den matematiska utvecklingen, men att det kräver en medveten pedagogik för att förmedla dem, som innefattar konkretisering, anpassning till elevernas nivå, och en förankring i deras vardag. Med hjälp av den medvetna pedagogiken som Karlsson och Kilborn (2015) eftersträvar kan McIntoshs (2008) fyra grundaspekter om bråk uppnås för djupare förståelse av bråk.

Teoretiska utgångspunkter

Här presenteras teorier och begrepp som är relevanta för vår studie. Något som ligger till grund för teorierna nedan är didaktisk ämnesteorier, vilket är den utbildningsvetenskapliga teori som beskriver hur barn och unga utvecklar sina kunskaper, här i relation till ett matematiskt kunnande. Det innebär att undervisningen måste vara tillämpningsbar för alla individer med olika slags kunskaper, motivation, behov och förmågor (Löwing, 2008, s. 9; Skolverket, 2003, s. 24).

Matematiken är i sig uppbyggd på utvalda strukturer. Att se matematiska strukturer och förstå räkneregler är därför viktigt och när man befäster dessa har man en bra grund att stå på, dock finns det vissa delar inom matematiken som anses svårare än andra. För att kunna förstå strukturerna i matematiken måste det matematiska språket förankras med kunskaperna som eleven tar till sig genom assimilation och ackommodation (Karlsson, Kilborn, 2015, ss. 5 – 6, 21). Då läromedel står för en stor del av inläringen hos eleverna är det viktigt att läromedlen stimulerar elevernas proximala utvecklingszon som Lev Vygotskij förespråkar (Skolverket, 2003, s. 39; Hwang & Nilsson 2011, s. 67).

Matematiskt språk

Matematiken har ett eget språk som är globalt, och det är viktigt att få en förståelse för detta eftersom det är grunden för alla matematiska operationer. ”I undervisningen behöver eleverna därför ges utrymme att förklara hur de tänkt, hur de löst uppgiften och de behöver delta i samtal kring matematik som ett led i att utveckla sitt matematiska språk” (Skolverket 2003, s. 32). Det egna matematiska språket grundläggs genom just bråkräkning. Något som Per-Olof Bentley, fil.dr. och docent i ämnesdidaktik med inriktning på matematik syftar till (2017). Att bortse från bråkräkning fräntar eleverna möjligheten att tillägna sig baskunskaper i bråk, och de får då svårigheter att utföra matematiska arbetsätt i alla olika arbetsområden inom matematiken (Löwing, 2008, s. 229). Inom bråkräkning är det viktigt att eleverna lär sig definitionen av bråk vilket är (a/b) , där både (a) och (b) är heltal. Bokstaven (a) symboliserar täljare, (b) nämnare och (/) bråkstreck. Täljaren representerar en del av en hel, där det hela betecknas som nämnaren. Exempel på tal i bråk $1/2$, $1/3$ och $2/6$ som betecknas en halv, en tredjedel eller två sjättedelar. Om eleverna får veta att 4 är täljaren och 2 är nämnaren måste de veta hur detta skall ställas upp för korrekt beräkning (Löwing, 2008, ss. 254–255).

Natalia Karlsson och Wiggo Kilborn talar om vikten av att arbeta aktivt med de olika förmågorna som att analysera, föra matematiska resonemang, formulera samt använda matematiska uttrycksformer från kursplaner. Lärare har idag en tendens att förkorta texter i matematiska läromedel då många anser att det finns för svåra ord som eleverna i fråga ej tros klara av. Det är heller inte ovanligt att lärare fokuserar på mängden fakta istället för att ge eleverna en djupare förståelse av ämnet samt undviker att rätta felaktigt användande av det matematiska språket. På sikt leder det till att eleverna vare sig kan uttrycka sig eller förstå matematiken. Det betyder alltså inte enbart

begrepp som täljare, nämnare och division, utan även att kunna uppfatta talen i dess helhet. Att inte få lära sig detta innebär att elevernas kapacitet att tillägna sig det matematiska språket successivt utarmas (Karlsson, Kilborn, 2015, s. 22).

Assimilation och Ackommodation

Andra centrala begrepp för den här undersökningen är begreppen assimilation och ackommodation, vilka är utvecklade av Jean Piaget (1896–1980) med inflytande från Lev Vygotskij (1896–1934).

Jean Piaget är en förgrundsgestalt inom begreppet kognition. Begreppet innefattar våra mentala processer och vårt tänkande. All kunskap, livserfarenhet samt information som finns i vårt inre ger människan möjlighet att tänka, lösa problem samt reflektera över handlingar. Detta anses vara egenskaper som skiljer människan från övriga djur (Hwang, Nilsson, 2011, s. 62). Piaget arbetade för att få en djupare insikt i barns tänkande och begreppsbyggnad. Han gjorde upptäckten att barnens utveckling sker ungefär vid samma ålder, och att utvecklingen sker vid fyra olika stadier. Dessa fyra stadier kan ses som en trappa där de senare stadierna bygger på det föregående (Piaget, 2013, ss. 15–16). Enligt Piagets synsätt måste man uppnå ett steg för att kunna ta sig vidare till nästa steg. Barn i åldrarna sex-tolv år skall normalt ha tagit sig till Piagets tredje stadium, och från tolv år och uppåt skall man sedan gå vidare till det sista steget. Här kan funderingar komma in angående läromedel. I de svenska skolorna introduceras bråk inom matematiken i olika årskurser under mellanstadiet (4 - 6), vilket framkommit under de respektive VFU-perioder då ett urval av läromedel kunnat granskas. Vilken bakomliggande tanke som finns i att introducera detta kapitel i olika årskurser är oklart. Kanske handlar det om att olika läromedelsförfattare anser att man behöver uppnå en viss ålder och mental mognadsgrad för att vara mottaglig för kapitlet bråk. Då man i Sverige läser mot betygskriterierna i årskurs 6 under alla de tre årskurserna i mellanstadiet ökar man elevernas möjlighet att klara av de matematiska delar som bygger på kunskapen i bråk. Kanske anser vissa läroboksförlag att de elever som kommit upp i ålder, och då enligt Piaget rör sig mot ett nytt stadium i utvecklingen, har en bättre chans att tillgodogöra sig arbetsområdet ifråga.

I Finland introduceras mer avancerad bråkräkning i tidigare ålder, redan i årskurserna ett till tre, och redan från årskurs tre läser de mot sexans betygskriterier något som går att utläsa i den finska läroplanen. Piaget beskriver hur den fortsatta inlärningen sker med assimilation respektive ackommodation. Det förstnämnda betyder att ny kunskap inlemmas med den redan befintliga, medan ackommodation betyder att redan inhämtad kunskap behöver struktureras om på grund av den nyvunna kunskapen (Hwang, Nilsson, 2011, s. 64; Piaget, 2013, ss. 8–9). Då förstår man att om baskunskapen saknas blir det svårt att tillgodogöra sig ytterligare och mer komplex kunskap.

Lev Vygotskij talade på 1920-talet om proximal utveckling vilket innebär "en utveckling som ligger steget före men inte alltför långt från barnets nuvarande punkt i utvecklingen" (Hwang & Nilsson 2011, s. 67). Utmaningen i lärandet måste ligga på rätt nivå, för att någon egentlig utveckling ska ske inom den proximala utvecklingszonen. Lärandet måste vara så pass utmanande att det kan ses

som ett steg, en ackommodation, men inte så svårt att det steget inte kan tas. Assimilation är nödvändig för att förankra kunskap men ackommodation är eftersträvansvärt.

Jean Piaget och Lev Vygotskij teorier förefaller som berikande och möjliga att kombinera vilket gjorts i denna läromedelsanalys.

Viktiga begrepp

Då vi använder flera teoretiska begrepp vill vi synliggöra för läsarna vad dessa innebär:

- Proximal utvecklingszon: utmaningen i lärandet måste ligga på rätt nivå och inte alltför långt från barnets nuvarande punkt i utvecklingen, för att någon egentlig utveckling ska ske.
- Assimilation: nödvändig för att förankra färsk kunskap i redan befintlig utan att någon egentlig progression sker.
- Ackommodation: den nya kunskapen ändrar och strukturerar om delar av redan befintligt kunnande till en djupare förståelse.
- Matematiskt språk: är rak och exakt, till skillnad från vardagsspråkets personliga karaktär. Det är även ett redskap för eleverna att förmedla sina kunskaper i matematik.

Metod

I dagens läge finns det inte någon statlig läromedelsgranskning i Sverige. Detta innebär att det är förlagens samt lärarnas uppgift att sköta eventuella uppdateringar av matematiska läromedel. Även i Finland saknas det statliga beslut gällande vilket matematiskt material som ska användas. Däremot finns det bara ett fåtal förlag som ger ut svenskspråkigt finskt läromedel, vilket i sig ger en avgränsning i valmöjligheter. Vi valde att studera matematiska läromedel för årskurs 4 då detta är den första årskursen i Sverige som behandlar mer avancerade uppgifter inom arbetsmetoder bråk (Skolverket, 2015, ss.48–53). En avgränsning skapades ytterligare då alla läromedel i Sverige inte börjar med mer avancerade bråktal i denna årskurs utan senare under årskurs 5 och årskurs 6. Dessa begränsningar resulterade till att vi valde ut tre matematiska läromedel från vardera landet, för att ge svar på våra frågeställningar.

De olika läromedlen granskades genom en komparativ metod, vid denna metod kan i det här fallet två länders läromedel jämföras och analyseras mot varandra. Där en aspekt, det vill säga matematikläromedel som valts ut för denna studie, med hjälp av oberoende faktorer, det vill säga våra frågeställningar, appliceras och analyseras vilket kan ses i studiens analys. I jämförelsen kan både likheter och skillnader synliggöras, och genom detta tillvägagångssätt kan vi dra slutsatsen utifrån syftet och frågeställningarna (Denk, 2002, ss. 19,114).

För att besvara den första frågeställningen om vilka pedagogiska modeller som tillhandahålls eleverna i form av konkret material, symboler samt bilder valde vi att utgå ifrån Madeleine Löwings (2008) teori om hur elever uppfattar bråktal. Med hjälp av dessa kan läromedelsförfattare anpassa pedagogiska modeller så som konkret material, symboler och bilder. De åtta kategorierna kan uppfattas som ett tal, en del av en hel, en del av ett antal, division som en metafor, som en andel, en proportion, ett förhållande eller som en skala. Dessa kan i sig vara svåra att skilja samt se sambanden mellan för eleverna. De sex förstnämnda av de åtta olika sätten att uppfatta bråk har använts vid analysen för att kategorisera talen, vilket har påverkat hur vi har studerat de olika uppgifterna i de sex utvalda matematiska läromedlen. Uppgifter som handlar om när bråket kan betecknas som ett tal är när eleven ska skriva ut ett tal på tallinjen eller räkna med bråk i subtraktion och division. Tal som exempelvis betecknas med frågan: Hur många delar av figuren är målade, kategoriseras med Löwings uppfattningar om bråk som en del av en hel. Uppgifter som är en del av ett antal återfinns i läromedel som när eleven ska skriva i bråkform: Hur många kulor är gröna av ett visst antal olikfärgade kulor? Division som metafor kan hittas när tal jämförs och ställs bredvid varandra och har anknytning till samma tal. Det som är väsentligt är skillnaden på ett bråktal $\frac{a}{b}$ och en division (a/b) . Bråk som en proportion avser när man exempelvis har ett recept som eleven ska fördubbla. Proportionen blir då att man får dubbla bråket för att få ut dubbelt så mycket (Löwing, 2008, ss. 249–253). Genom att gå igenom alla tal i bråk-kapitlet i samtliga utvalda läromedel och kategorisera dessa utifrån Löwings sex av åtta uppfattningar om bråk, fick vi en klar bild av hur läromedlen är uppbyggda samt hur de olika bråktalen är skapade. Bråk som ett förhållande och bråk som en skala

var ej aktuella i denna läromedelsanalys, dessa har därför inte valts att förklaras närmare. För att se resultatet av analysen se bilaga 1.

Som tidigare nämnts i teoretisk utgångspunkt spelar språket en avgörande roll då matematiken har en relativt svårförståelig karaktär. Detta leder till en konflikt mellan vardagsspråket och det matematiska språket som kan skapa svårigheter för eleverna (Karlsson, Kilborn, 2015, s. 21).

För att besvara den andra frågeställningen valde vi att granska de olika uttrycksformerna i de utvalda läromedlen. *Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011* bygger på en progression av elevers kunskaper samt inläring (Skolverket, 2015, s. 9), vilket kan ses syfta till Piagets trappa angående barns utveckling. Undervisningen skall även vara utmanande och individualiserad för varje enskild elev, vilket kan uttryckas med hjälp av de teoretiska koncepten kring Vygotskijs tankar om den proximala utvecklingszonen och Piagets tankar om ackommodation. Dessa teorier framstår som givande och möjliga att kombinera vilket gjorts i denna läromedelsanalys och kommer användas både i analysen och slutdiskussionen. Analysen bygger även på explicita skillnader såsom sidomfång, antal uppgifter och svårighetsgrader. Innehållet av läromedlen kommer att tolkas utifrån uppgifterna som bygger på assimilation eller ackommodation, och hur de olika delarna i bråkkapiteln samspelar med varandra.

Angående den sista frågeställningen, om hur upplägget samt strukturen skiljer sig mellan de olika länderna, skall en matematisk modell i form av en komparativ ansats användas. Karlsson och Kilborn menar att en matematisk modell är en teori eller en matematisk struktur ”som avser att kvalitativt eller kvantitativt återge viktiga aspekter av verkligheten” (2015, s. 20). Genom en kvalitativ läromedelsanalys kommer de sex läromedlens innehåll granskas och ställas mot varandra. En kvalitativ studie innebär att det är få faktorer som då analyseras. En kvantitativ studie hade istället inneburit att en ansevärd större mängd läromedel behövts (Denk, 2002, s.55). Detta innebär att likheter samt skillnader jämförs och belyses i de finska respektive svenska läromedlen, och allt detta kommer senare behandlas i diskussionen.

Avgränsningar inom studien

Genom kontakter med utbildade lärare och andra i skolans närhet samt egna erfarenheter under VFU-perioderna har vi fått en inblick i vad som är populära läromedel i både Sverige respektive Finland. Förlag som ger ut finska läromedel på svenska kontaktades, vilket resulterade i att vi fick upplagor av finlandssvenska läromedel som sedan kunde användas i denna studie.

Medan eleverna i Finland börjar arbeta med mer avancerat bråk redan i lågstadiet, vilket kunnat bekräftats genom läromedel för årskurs 3 samt den finska läroplanen, börjar vi i Sverige med svårare bråkräkning oftast i årskurs 4. Det gör det svårt att få en exakt jämförelse mellan materialen, vilket kan ses som en svaghet, trots att det inte har med utformandet av denna studie att göra. En annan begränsning är att det inte gjorts en granskning av vilken geografisk utbredning de olika läromedlen har, varken i Sverige eller Finland. I skolans värld finns det även exogena faktorer som

kan spela in, de är de faktorerna som inte finns med i undersökningen men som ändå har en betydelse för resultatet. Dessa behöver inte vara direkta utan kan vara indirekta faktorer, vilket lärarna är i detta fall (Denk, 2002, s. 75). En begränsning i denna läromedelsanalys är att exogena faktorer som till exempel lärarna innehar en stor inverkan på hur läromedlen används. I denna studie görs antagandet att de olika materialen används på liknande sätt som under våra VFU-perioder, vilket innefattar att de matematiska läromedlen är basen vid elevernas inläring av bråk i matematik. Ytterligare en begränsning i vår studie är att ingen av oss kan det finska språket. Det behövdes således svensköversatta finska läromedel vilket automatiskt gav en avgränsning av material. Men då Finland är ett tvåspråkigt land samt att samtliga läromedel finns att tillgå på finska ger detta ändå en relativt ärlig bild av matematikundervisningen i det finlandssvenska skolväsendet.

Didaktisk relevans

Det har skett en markant förändring inom skolan under de senaste 30 åren, inte minst vad gäller matematiken. Stora förändringar har skett inom didaktiken, inom skolans mål, synen på skolan och dess ämnen samt undervisningsmetoder. Matematikundervisningen har uppsatta mål som skolan strävar efter, vars innehåll även förändrats över tiden (Löwing, 2008, s. 15). Även själva undervisningsmetoderna har förändrats mycket genom åren, vilket har gjort att matematiken är ett ämne som till stor del är bundet till läromedel i både Sverige och Finland.

Finland är ett land som internationellt anses ligga i framkant både i pedagogik och didaktik (Bedroth, Persson, 2015). Trots att Sverige och Finland är grannländer finns det en stor klyfta mellan måluppfyllelsen hos elever när man jämför de båda länderna, vilket behandlas i denna studies bakgrund. Läromedel översätts idag från finska till svenska eftersom de finska läromedlen betraktas som bra och välplanerade. Många lärare väljer att utgå från ett läromedel, och eleverna får sedan individuellt arbeta utifrån dessa. Detta innebär således att framförallt matematiklektionerna blir individualiserade (Skolverket, 2003, ss. 14–15). I en kunskapsöversikt med initiativ från Skolverket diskuterades att individuellt arbete har tagit mer tid från undervisning i helklass, vilket inte är gynnsamt för alla elever. Om elevernas läromedel inte är tillräckligt anpassat sänker detta snarare elevernas måluppfyllelse än höjer den. Eftersom den svenska skolan lägger mycket ansvar på den enskilde individen samt på eget lärande förutsätter det att de matematiska läromedlen är utarbetade för eget lärande då detta påverkar innehållet på undervisningen (2009, s. 211–212).

Urval och material

Ordet läromedel kan idag innefatta ett brett spektrum och i denna analys innefattas det matematiska läromedel som eleverna arbetar med under matematiklektionerna samt vid läxläsning. Kriterierna som läromedlen skulle uppfylla var att de används i den aktuella undervisningen idag i respektive land och att arbetsområdet bråk finns representerat. Det innebär en begränsning av de svenska läromedel eftersom flera av dem introducerar bråk först i årskurs 5 eller årskurs 6.

Orsaken till att fokus lagts på årskurs 4 är att kunskapsmålet för mellanstadiet i Sverige börjar då, samt att mer avancerad bråkräkning introduceras då i Sverige till skillnad från Finland där detta sker i årskurs 3 enligt respektive lands läroplaner. De svenska matematiska läromedel som valts ut för analys är avgränsat till böckerna *Pixel* (2007), *Mattespanarna* (2011) samt boken *Favorit* (2014) som är en översatt från det finska läromedlet *Min matematik* (2016) med tillämpning till aktuell svensk läroplan. De finska matematiska läromedel som valts är förutom *Min matematik* (2016) även *Karlavagnen* (2016) och *Lyckotal* (2014).

I Sverige sker en introduktion av enklare bråkräkning under lågstadiet. Under mellanstadiet sker sedan en repetition med progression i de läromedel som börjar med mer avancerad bråkräkning i fyran. Beträffande det svenska materialet är läromedlet *Favorit* (2014). *Pixel*-serien (2007) är ett gammalt material som utformades innan nya *Läroplanen för grundskolan, förskoleklassen och fritidsbemmet 2011* (2015) sattes i bruk, men som fortfarande används på många skolor runt om i Sverige. Läromedlet *Mattespanarna* (2011) är däremot ett nytt forskningsanknutet material framtaget utifrån *Läroplanen för grundskolan, förskoleklassen och fritidsbemmet 2011* (2015) och är uppbyggt så att man kan se det centrala innehållet från kursplanen fördelat i de olika årskurserna.

Vad gäller de finlandssvenska matematiska läromedlen ligger som tidigare nämnts begränsningarna i språket så inget material på det finska språket kan analyseras. Men då alla utvalda finska läromedel även ges ut på finska ses detta inte som en begränsning. *Min matematik* (2016) är det äldsta av tre valda läromedel, och det har givits ut i flera upplagor genom åren. Några av författarna som har skrivit *Min matematik* (2016) har även givit ut ett nytt läromedel vid namn *Karlavagnen* (2016) som stödjer och behandlar de nya målsättningarna som kom 2016. *Lyckotal* (2014) är ett nytt läromedel som ges ut både på svenska och finska och serien har även givits ut i Sverige för lågstadiet.

Nedan presenteras de sex matematikläromedel som ingår i denna studie:

- **Mera Favorit matematik 4B** (Sverige) Asikainen, K. (2014). *Mera favorit matematik. 4B*. (1. uppl.) Lund: Studentlitteratur. Ingår i bokserien Favorit Matematik som sträcker sig från förskolan till årskurs 6.
- **Pixel Matematik 4B Grundbok** (Sverige) Alseth, B., Nordberg, G. & Rösseland, M. (2007). *Pixel: [matematik]. 4B, Grundbok*. (1. uppl.) Stockholm: Natur och kultur. Ingår i bokserien Pixel Matematik som sträcker sig från förskolan till årskurs 6.
- **Uppdrag Matte Mattespanarna 4B** (Sverige) Hernvald, A. (2011). *Mattespanarna. 4B*. (1. uppl.) Stockholm: Liber. Ingår i bokserien Mattespanarna Grundbok som sträcker sig mellan årskurs 4 fram till årskurs 6.
- **Karlavagnen 4B** (Finland) Kiviluoma, P., Nyhinen, K., Perälä, P., Rokka, R., Salminen, M., Tapiainen, T. (2016) *Karlavagnen 4B*. (1. uppl.) Otava. Ingår i bokserien Karlavagnen
- **Lyckotal 4B** (Finland) Hartikainen, S., Häggblom, L. (2014) *Lyckotal 4, 4B*. (1.uppl.) Schildt & Söderström. Ingår i bokserien Lyckotal Grundbok.
- **Min Matematik** (Finland) Asikainen, K., Fälden, H., Nyrhinen, K., Rokka, P., Vehmas, P., Törnroos, S., Westerlund, K. (2016) *Min Matematik 4b* (7. uppl.) Schildt & Söderström. Ingår i bokserien Min matematik.

Uppdelning av arbetet

Inför skrivandet av denna läromedelsanalys delades åtskilliga delar upp mellan oss men snabbt insåg vi att vår styrka låg i att skriva tillsammans. Malin arbetade med att analysera det svenska materialet och Grace det finska, dock skedde även mycket av detta arbete tillsammans. Analysdelen skrevs på liknande sätt där vi utgick ifrån modellen som bifogats (se bilaga 2). Bland annat har läromedelsanalysen (se bilaga 1) gjort tillsammans. Alla delar har korrekturlästs av den andra parten samt bearbetats av båda.

Litteraturanalys

Per-Olof Bentley menar att eleverna behöver ”öva mer på matematiska begrepp, och i vilket sammanhang olika beräkningsstrategier ska användas” (2017). Under detta avsnitt kommer vi att redogöra för de analyser som vi gjort av de utvalda matematiska läromedlen utifrån studiens tre frågeställningar, samt hur de sex matematiska läromedlen står sig i förhållande till Per-Olof Bentleys (2017) och Madeleine Löwings (2008) tankar om det matematiska språket. Till litteraturanalysen kopplades matriserna som återfinns i bilaga 2.

Svenska läromedel

Mera Favorit matematik 4B

Läromedelsserien *Favorit (Mera Favorit matematik 4B)*, Asikainen, 2014) är anpassad efter *Läroplanen för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011* (2015). Tanken är att man skall hinna med fyra sidor per lektion och eleverna kan lösa uppgifterna direkt i boken. De två första sidorna är grunduppgifter vilket har fått benämningen basuppgifter. De explicita målen står utskrivna vid inledningen till kapitlet, och läromedlet gör en synlig avgränsning mellan de olika kapitlen genom en färguppdelning. Detta följs av en ruta med uppgifter som bygger på grunduppgifterna.

Kapitlet med bråkform innebär att uppgifterna berör aritmetik, något denna läromedelsserie berört vid tidigare tillfällen och som även är noga uttryckt vid kapitlets start. De pedagogiska modeller som eleverna tillhandahålls för att nå de första explicita målen är att repetera tal i bråk vid introduktionen, därefter en snabb genomgång av vad som är täljare, bråkstreck och nämnare. Två cirklar är tecknade för att demonstrera vad $3/4$ och $10/10$ är, och man går igenom hur man adderar och subtraherar bråk.

Efter detta följer ett uppslag av att öva och pröva som innefattar lite svårare tilläggsuppgifter. Här krävs ett mer matematiskt tänkande, vilket kan innebära ackommodationsmöjligheter för starkare elever. Kapitlet avslutas med att eleverna får analysera sina kunskaper med hjälp av trafikljus. De kryssar färgerna grön, orange eller röd beroende på hur de känner för olika uppgifter. I de båda ländernas läroplaner är det explicit uttryckt att eleven ska reflektera över sitt egna lärande, något eleven får möjlighet att göra vid dessa stopp i matematikläromedlet. Förutom de uppställda talen används matematiska figurer som cirklar, rektanglar och tallinjer. I slutet av läromedlet repeteras även kapitlet genom åtta uppgifter på tre sidor.

Längst ner på de sidor som presenterar något nytt finns ett kort utdrag från *Läroplanen för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011* (2015) med syfte, metod och begrepp. Läromedlet *Favorit* innehåller 40 sidor med 82 uppgifter som alla behandlar bråktal förutom sju stycken uppgifter som inte är direkt kopplade till bråk. Här finns grundtal, olika svårighetsgrader, matematiska spel, samt ett externt material i pappersform. Detta konkreta material som skall användas vid beräkning av bråktal består av sex cirklar uppdelade i fjärdedelar. Det externa materialet bygger på uppgifter i boken och är både stimulerande samt bygger en djupare förståelse för eleverna. Detta kan i sig

skapa en ackommodation för eleverna i form av en aha-upplevelse och genom att andra sinnen aktiveras. Det innebär att flera proximala utvecklingsmöjligheter tas tillvara. Utan det externa materialet bygger annars kapitlet till största delen på assimilation. Om materialet i sin helhet inspirerar alla elever att nå sin proximala utvecklingszon kan diskuteras då det skulle kunnat vara mer utvecklande om det förekom flera olika geometriska figurer för att visa att bråk kan konkretiseras på flera olika sätt. Kapitlet i bråkform, addition och subtraktion behandlas som första kapitel i läromedlet följt av kapitel om tal i decimalform, addition och subtraktion.

Löwings kategorisering av bråktal

I Läromedlet *Favorit* består kapitlet i bråk av 82 uppgifter. I 49 av dem samt en a-uppgift (sammanslagt 61% av uppgifterna) benämns bråk som ett tal. I 10 uppgifter samt en b-uppgift (13%) av uppgifterna benämns bråk som en del av en hel. 15 av uppgifterna (18 %) betecknas som en del av ett antal, och 7 uppgifter (9 %) benämns som övriga uppgifter. Dessa uppgifter kan vara till exempel multiplikation av tal (ej i bråkform), eller hur mycket påsarna på hyllan väger (inte heller dom behandlar bråk). Tal som dessa kan skapa ett kognitivt tänkande då eleven kopplar ihop olika matematiska delar och finner en koppling mellan dessa. Löwings uppfattningar om att bråk kan förekomma i form av division som metafor, en andel, samt en proportion bearbetas ej i läromedlet *Favorit*. Trots detta förekommer det en stor spridning bland uppgifterna inom kapitlet. Läromedlet skapar en medvetenhet om elevens egna förståelse vilket den stora spridningen inom Löwings tankar om bråk visar.

Språk

Boken *Favorit* har ett innehållsrikt matematiskt språk, men kan ses som fattigt i den bemärkelsen att det inte finns mycket text. Dock har läromedlet ett desto större bildstöd som gynnar eleven. Detta är något som berör även den andra frågeställningen angående vilken tyngdpunkt och medvetenhet det matematiska språket har i läromedlet. Redan vid introduktionen möter man det uppställda talet $\frac{3}{4}$ som läromedlet är noga med att belysa heter tre fjärdedelar. Likväl använder sig läromedlet av ett matematiskt språk i form av addition och subtraktion för att utmana eleverna till en bredare kunskap inom matematiken. Bråktalen står i både ren och blandad form. Rent språkligt är detta läromedel kanske inte utmanande för alla elever, dock har det matematiska språket chans till utveckling vilket kan vara främjande speciellt för de eleverna med mindre kunskaper i det svenska språket.

Pixel Matematik 4B Grundbok

Det matematiska läromedlet *Pixel (Pixel Matematik 4B Grundbok, 2007)* är en bokserie skapad av Björnar Alseth, Henrik Kirkegaard och Mona Røsseland. Läromedlet är uppbyggd genom att eleverna skall känna igen praktiska sammanhang från det vardagliga livet vilket stöds av *Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011* (2015). I respektive kapitel finns de explicita målen

utskrivna vilket sedan konkretiseras via exempelrutor i kapitlet. Angående den första frågeställningen ges i inledningen ett exempel med hjälp av en bild som visar ett bord med olikfärgade brickor. Man frågar efter hur många brickor som har en viss färg. Efter detta har det korrekta bråket skrivits ut som svar, utan djupare förklaring. Läromedlet *Pixel* är en grundbok som barnen inte kan anteckna i utan det krävs separat papper för detta. Det tillkommer en lärarhandledning, en övningsbok samt en kopieringspärm för aktiviteter i form av spel, problemlösning, färdighetsträning samt en skrivbok där elever med matematiska svårigheter kan få extra stöd. Vår uppfattning är att detta externa material inte ger samma proximala utvecklingsmöjlighet som det föregående läromedlet *Favorit*. Där ett mer komplext extramaterial vid användning uppmanar eleverna till en djupare förståelse av de befintliga uppgifterna i matematikläromedlet.

Uppgifterna i bråk sträcker sig över 31 sidor med 142 uppgifter inkluderat en sida för de explicita målen. En av sidorna är en sammanfattning av kapitlet innan själva diagnosen, och sedan en sida vardera för Öva 1, Öva 2, Öva 3, och slutligen en för utmaningar. Dessa uppgifter bygger på flödet i boken, så exempelvis i Öva 1 behandlas uppgifterna från första delen av boken. Innan kapitlet i bråk behandlas mätning vilket man sedan knyter ihop med två uppgifter i bråk-kapitlet, och kapitlet efter behandlar multiplikation och division.

Löwings kategorisering av bråktal

Pixel har 142 uppgifter med en bristfällig spridning enligt Löwings åsikt att bråk (2008, ss. 249–253). 60 stycken av uppgifterna (42%) betecknas som ett tal. 74 stycken av uppgifterna (52%) betecknas som en del av en hel, medan en del av ett antal, samt övriga uppgifter enbart uppgick till 8 stycken vilket är 5,6% av alla uppgifter. Läromedlets uppgifter bygger i hög grad på uppställda bråktal där eleverna skall utföra räkneoperationer. *Pixel* lägger ingen vikt vid det fundamentala med att alla delar måste vara lika stora, detta trots att man med bildstöd i form av pizzamodellen bör vara medvetna om att alla delar måste fördelas i lika stora delar. Det matematiska språket är bristfälligt och division som metafor, en andel, och bråk som en proportion, som är de tre sistnämnda av Löwings tankar angående hur ett bråk kan uppfattas, berörs inte vid ett enda tillfälle i läromedlet *Pixel*.

Språk

När det kommer till vår andra frågeställning använder sig läromedlet *Pixel* av ett språk som passar de yngre eleverna samt elever med svårigheter i läs och skrivmöjligheter. Detta då de eleverna med hjälp av korta och lättlästa texter samt varierande aktiviteter, öppna uppgifter samt vidare material med extra utmaningar inte är begränsade av ordomfånget. Något som skapar ackommodation även för starkare elever. Bråken betecknas enbart genom utskrivna siffror (ex: $1/4$, eller $2/6$) och aldrig genom att skriva ut talen (ex: en fjärdedel eller två sjättedelar). Detta skapar en kontinuitet genom kapitlet vilket i sig inte skapar förvirring för eleverna. Det kan dock vara utvecklande för eleverna att lära sig båda sätten, något som Per-Olof Bentley menar eleverna behöver öva på mer (2017).

Talen står endast i ren form förutom i tre uppgifter där de står i blandad form. Läromedlets bildstöd är mest i form av cirklar, kvadrater och rektanglar. Vid ett fåtal tillfällen används andra figurer samt tallinje som stöd.

Uppdrag Matte Mattespanarna 4B

Detta matematiska läromedel *Mattespanarna* (Uppdrag Matte Mattespanarna 4B, 2011) är skrivet av Gunnar Kroger, Andreas Hernvald, Hans Persson och Lena Zetterqvist. I boken *Mattespanarna 4B* möter eleverna mer avancerad bråkräkning för första gången då tidigare läromedel i serien inte tar upp detta. Angående frågeställningen vilka pedagogiska modeller eleverna tillhandahålls i form av konkret material, symboler, samt bilder startar varje kapitel med ett uppdrag som läraren skall läsa för barnen från *Mattespanarna Spanarboken* (Zetterqvist, 2011). Uppdraget går ut på att eleverna skall lösa ett brott. För att lyckas med detta får eleverna öva på matematiska begrepp och använda sig av det räknesätt de senare kommer arbeta med i kapitlet. Sedan följer en startruta där man får chans att repetera samt se vilka kunskaper man behöver förbättra. Inför varje kapitel finns de explicita målen utskrivna och som avslutning finns en diagnos där elevernas kunskaper visar vilka läxor de skall göra då dessa finns i tre olika svårighetsgrader beroende på hur diagnosen klarats av. Läromedlet inkluderar enbart räkneuppgifter, läraren måste således tillhandahålla eleverna separat block/papper.

Under introduktionen av kapitlet sker en presentation av visuella bilder bland annat med formen av en pizza delad i tredjedelar, en cirkel i fjärdedelar, och en kvadrat i fjärdedelar. Bråktalet är även utskrivet under, vilket ger en bredare kunskap i vad som kännetecknar bråk. Läromedlets maskot går även igenom att täljaren står i taket och nämnaren under bråkstrecket, samt har ett bråktal utskrivet där man ser vilken som är täljare och vilken som är nämnare. *Mattespanarna 4B* har avsatt 25 sidor till bråk, med totalt 99 uppgifter. Här finns olika svårighetsgrader samt en sammanfattning. Kapitlet i bråk är det första i boken följt av kapitlet som behandlar multiplikation samt division.

Löwings kategorisering av bråktal

Läromedlet *Mattespanarna* innehåller 99 uppgifter varav 16 uppgifter (16% av uppgifterna) betecknas som ett tal. 44 uppgifter (45% av uppgifterna) betecknas som en del av en hel. 36 uppgifter (36%) betecknas som en del av ett antal, vilket är en stor andel jämfört med de övriga fem utvalda läromedlen. Utöver dessa innehar division som metafor, division som andel, som proportion, samt övrigt enbart 3 uppgifter. Även om tre av Löwings (2008, ss.249–253) sex tankar angående hur bråk kan uppfattas bristfälligt har dock *Mattespanarna* en bra kombination av olikartade uppgifter som kan gynna elevernas inläring.

Språk

Angående läromedelsanalysens andra frågeställning använder sig *Mattespanarna* av ett relativt lättläst språk utan komplicerade ord men med avsaknad av det matematiska språket. Det matematiska

språket används för att göra eleverna medvetna om att det vardagliga och det matematiska språket skiljer sig åt.

Det gäller för eleverna att inte hoppa över någon uppgift då de till stor del bygger på varandra. Man måste även vara noga med att läsa förklaringsrutor samt vad bokens maskot säger, annars är det lätt att missa viktig information som krävs för att klara av de matematiska problemen. Bråken betecknas genom både utskrivna siffror (ex: $2/4$, eller $1/5$) samt genom att skriva ut talen (ex: två fjärdedelar, en femtedel), talen står också enbart i ren form och inte i blandad form.

I detta läromedel förekommer ett stort antal textfrågor med ett begränsat understöd av geometriska figurer. Men genom att många uppgifter använder sig av många olika figurer försöker man i detta läromedel poängtera för eleverna att figurerna kan ha olika utseende men ändå vara lika stora, som exempel: $1/2$ cirkel är lika stor som $1/2$ rektangel även om de har olika yta. Detta kan då leda till ackommodation vilket är eftersträvanvärt.

Eleverna får läsa texten, skapa en uppfattning, och plocka ut den relevanta informationen för att lösa uppgiften. I läromedlet förekommer det inte många ämnesspecifika ord förutom täljare, nämnare samt vanliga bråk i form av femtedel, sjättedel och exempelvis åttondelar.

De bildstöd som finns föreställer olika geometriska figurer samt associerar till vardagliga föremål som pizza, tårta, choklad, fönster, bilar, pengar samt badbollar. Att *Mattspanarna* använder sig av mycket text men få figurer kan innebära att det är svårt för vissa elever att lösa talen då bildstöd ofta lyfter innehållet. Då talen bygger på progression i svårighetsgrad kan vissa elever få svårigheter att nå sin proximala utvecklingszon, detta beror dock på hur "brant" svårighetsökningen är för eleverna.

Finska läromedel

Karlavagnen

Karlavagnen (*Karlavagnen 4B*, 2016) är ett omarbetat material med grund från läromedlet *Min matematik* (2016). Serien ges ut av Otava på både svenska respektive finska och är skriven av Päivi Kiviluoma, Kimmo Nyrhinen, Pirita Perälä, Pekka Rokka, Maria Salminen och Timo Tapiainen. Läromedlet anammar synen att eleven är en aktör och syftar på att eleven ska vara aktiv och läromedlet knyter an till elevernas vardag. *Karlavagnen 4B* börjar med bråk. Kapitlen i boken är strukturerade så att varje huvudmoment har två uppslag. Uppslaget börjar med en samtalsruta där momentet förklaras och konkretiseras, sedan följer uppgifter som eleven ska lösa. Nästa uppslag följer fördjupningsuppgifter samt ett par uppgifter som ska användas som en hemläxa. De explicita målen står uttryckta inför varje delmoment i kapitlet. Vad gäller fördjupningsuppgifter ska eleven välja vilka uppgifter den vill göra. I slutet av varje moment tillkommer läxuppgifter. I fördjupningsavsnittet återfinns många varierande uppgifter som ska knyta an till elevernas vardag. I läromedlet finns det explicit inte några olika svårighetsgrader utan eleverna får välja uppgifter från fördjupningsdelen. I slutet av kapitlet finns Stjärnloppet som är en diagnos. Eleven ska sedan utvärdera

sina egna kunskaper och färdigheter efter avslutat kapitel. Efter Stjärnloppet finns ett avsnitt som heter Rymdstationen vilket är som en repetition med syftet att genom kreativa uppgifter väcka en djupare förståelse hos eleven. Kapitlet som följer behandlar decimaltecken. I boken finns även ett avsnitt med repetitionsuppgifter där eleven kan repetera några uppgifter i bråk.

Kapitlet i bråk består av 57 sidor som innehåller 164 uppgifter, däribland spel-uppgifter, grunduppgifter och fördjupningsuppgifter. När det kommer till vilka pedagogiska modeller som tillhandahålls eleverna i form av konkret material, symboler samt bilder följer bråkdelar i hårdare papper med som material i läromedlet *Karlavagnen*. Detta är till samtliga elever som hjälp, även material till spel-uppgifter följer med i kuvertet.

Introduktionen till kapitlet finner man i samtalsrutan där definitioner på nämnaren och täljaren skrivs samt demonstreras. Vilket visar på en språklig medvetenhet vilket stödjer den andra frågeställning. Eleven får även se hur en hel ser ut med hjälp av pizzamodellen. Fyra cirklar är uppdelade i olika många delar, men de visar alla hur en hel ser ut. I samtalsrutan finns även en tallinje där $2/5$ och $3/5$ är satta för att visa att $3/5$ är större än $2/5$. I hörnet finns även en pratbubbla där en pojke belyser att bråktal är liknämninga om det har samma nämnare. Genom hela kapitlet samt det konkreta materialet finner man endast cirklar som stöd. Detta byggs sedan på med andra tillämpningar och svårigheter genom kapitlet. Konsekvensen kan leda till att det inte sker någon ackommodation för eleven gällande kunskaper i bråkinläring. Istället blir det en assimilering genom hela kapitlet då det är samma symboler som används. Detta kan dock styrkas med att det gör det lättare för eleven att nå samt vidhålla sin proximala utvecklingszonen då det är samma delar som används men på olika sätt. *Karlavagnen* har även många uppgifter som inte behandlar bråk. Detta kan skapa en ackommodation då eleverna får en kognitiv förmåga och själva kan skapa nya tankebanor för matematik i sin helhet, och på så sätt underlätta sin kunskapsinhämtning av bråkräkning.

Löwings kategorisering av bråktal

Karlavagnen har 164 uppgifter varav 132 uppgifter (80% av uppgifterna) betecknas som ett tal. Det handlar då om en dominans av de uppgifter som återfinns i materialet. Tal som betecknas som en hel har en andel på 14 uppgifter (9%), och övrigt har 18 uppgifter (11%). Att en del av ett antal, division som metafor, en andel, och en proportion som är resterande fyra av Löwings (2008, ss. 249–253) sex kategorier av hur ett bråk kan uppfattas inte berörs av detta läromedel kan tyckas alarmerande. Men analysen av *Karlavagnen* behandlar flera komplexa tal som innehåller flera olika typer av uppfattningar enligt Löwings kategorier. Detta kan ge ett missvisande resultat. En fördel med *Karlavagnen* är att den har många kreativa uppgifter som i analysen betecknas som övrigt. Detta har i syfte att skapa en kreativitet hos eleverna. Många uppgifter var även bråktal som använder sig av, eller kan kopplas till, elevernas vardag.

Språk

Angående läromedelsanalysens andra frågeställning innehåller *Karlavagnen* många ämnesspecifika ord som exempelvis liknämning och blandad form, förlänga och förkorta. Språket är även koncist och innehållsrikt. Bildspråket och bildstödet i läromedlet lyfter innehållet samt att arbetsboken använder sig av olika färger för att konkretisera momenten i kapitlet. I flera samtalsrutor finns det en punktlista och en instruktion på hur man ska gå tillväga för att exempelvis omvandla bråktal till tal i blandad form. I rutorna finns även kom-ihåg punkter som ska hjälpa eleven.

Lyckotal 4B

Lyckotal (*Lyckotal 4B*, 2014) som är skriven av Siv Hartikainen och Lisen Häggblom är ett läromedel som är skrivet för den nya läroplanen 2014. *Lyckotal* är både en grundbok och en lärobok, och boken är uppbyggd så att i varje uppslag finns det ett specifikt mål. Till varje uppslag finns det extra sidor som är mer utmanande. Till grundboken finns det även ett häfte som heter *Lyckotal Träna*. Detta häfte finns för dem som behöver lite extra stöd i matematikundervisningen. I slutet av varje kapitel finns det ett uppslag som uppmanar eleverna att lösa olika problem eller spela olika matematiska spel. Detta utmanar eleverna att träna på det matematiska språket.

Kapitlet består av 49 sidor där det återfinns 166 tal där extra-talen utgör 51 av det totala samt 25 tal i *Lyckotal Träna*. I kapitlet som följer får eleverna fördjupa sig i decimaltal. Under kapitlets gång förekommer det även repetition från andra kapitel med tillämpning på bråk. Till varje uppslag som ska representera en lektion finns det utskrivna mål som ska behandlas under lektion. *Lyckotal* är ett läromedel som är bra lämpat för en individualiserad undervisning för alla elever, samt skapa en större chans att befinna sig i sin proximala utvecklingszon. Detta sker med hjälp av de olika delarna i materialet. För de svaga eleverna finns det *Lyckotal Träna* som innehåller extrauppgifter där eleverna kan öva mer. Dessa uppgifter bygger på assimilering och är rutinuppgifter. För de starka eleverna finns fördjupningskapitlet, som utmanar och ackommoderar elevernas kognitiva tänkande. Alla uppgifter kan blandas och tillsammans kan de både skapa assimilering och till slut ackommodation för eleven.

Angående vilka pedagogiska modeller läromedlet *Lyckotal* tillhandahåller eleven medföljer ett blad av hårdare papper där man kan trycka ut tolv cirklar som är delade i halv, tredjedel, fjärdedel samt femtedel. För att använda hjälpmedlet ska eleven själv klippa ut de olika delarna av cirkelarna. Introduktionen av kapitlet om bråkning börjar med en bild av två barn som ska dela på en chokladstång, begreppet förklaras med att eleven själv ska dela upp stången på ett annat sätt än exemplet. Hela stången betecknas som $\frac{5}{5}$ och sedan får eleven göra en valfri delning.

Löwings kategorisering av bråktal

Läromedlet *Lyckotal* är det materialet som har bäst utbredning av de finlandssvenska materialen om man ser till Löwings (2008, ss.249–253) kategorisering av bråk. Av de totala 166 talen betecknades 59 av dessa (35,5% av uppgifterna) som ett tal i bråk. 36 av talen (21%) är tal som syftar till en del

av en hel. I kategorin en del av antal är det 20 uppgifter (12%). Läromedlet har 51 uppgifter (30%) som kategoriserades som övrigt. Division som metafor, en andel samt en proportion var det inte något tal som berörde. Detta kan bero på att *Lyckotal* har en grunddel och en fördjupningsdel. Detta gör det enkelt att få en bredare repertoar av uppgifter med större omfång. Det ger möjlighet för alla elever att anpassa utbudet av material för att hamna i sin proximala utvecklingszon. Även utbudet av uppgifter varierar vilket i större utsträckning kan leda till en matematisk förståelse.

Språk

När det kommer till läromedelsanalysens andra frågeställning är språket i läromedlet *Lyckotal* relativt kortfattat och koncist. Språket innehåller även flera ämnesspecifika ord som är i både blandad och ren form av bråktal. Bråktalen betecknas lika ofta som ett tal ($1/5$) och som en femtedel, samt att det på flera ställen skrivs ut hur man ska benämna ett bråktal. Språket stöttas av pedagogiska bilder av exempelvis chokladkakor, pizzor och andra figurer. Bildstöd samt textstorleken är stor och det är oftast bara några enstaka färger, men inte har en stor påverkan på kunskapen som ska inhämtas. Tyngdpunkten i språket är ämnesspecifika ord samt bildstöd.

Min matematik 4b

Min matematik 4b (Asikainen et al. *Min Matematik*, 2016) är en äldre bok som har kommit i flera upplagor genom åren. Det är egentligen en äldre upplaga till *Karlavagnen* och *Favorit* som vi redan stiftat bekantskap med i uppsatsen. Materialet är upplagt så att till varje lektion har man fyra sidor som man skall hinna lösa. De två första sidorna är grunduppgifter, därefter kommer en ruta med så kallade ”tränauppgifter” som baseras på föregående uppgifter. Sedan finns det tilläggsuppgifter som är svårare, vilket kan kräva ett mer avancerat matematiskt tänk från elevernas sida. I slutet av boken finns det även ett repetitionsavsnitt för bråk där eleven kan repetera.

När det kommer till läromedelsanalysens första frågeställningen angående vilka pedagogiska modeller eleverna tillhandahålls i form av konkret material, symboler, samt bilder börjar kapitlet med att eleverna får repetera bråk. De får lära sig bråks olika delar och beteckningar. Det finns även bildstöd i faktarutan där läromedlet visar hur $3/4$ ser ut på en cirkel samt $10/10$ och att det är en hel. Det finns även två små rutor som berör att nämnaren inte ändras vid addition och subtraktion. Sedan följer det uppgifter där eleven ska måla i olika många delar i en cirkel som redan är indelat i lika stora delar, samt även sätta ut bråktal på en tallinje. Totalt är det 41 sidor som innehåller 91 uppgifter inkluderat grundtal, de olika svårigheterna samt spel. *Min matematik 4b* börjar med bråk där det senare övergår från bråktal till att introducera decimaltal. Eleven skriver direkt i arbetsboken och får i slutet analysera sina egna kunskaper med hjälp av ett trafikljus där eleven ska kryssa för hur säker eleven känner sig över kapitlet. Detta motiverar eleven att reflektera över sitt egna lärande och föra eleven framåt i utveckling, detta behandlas även i de två ländernas läroplaner. Målen för vad som skall behandlas inom matematiksidorna står i början av varje kapitel. Till läromedlet får varje elev ett kuvert där det bland annat finns ett underlag för addition och subtraktion. Det finns

även en bricka där tre cirklar i fjärdedelar kan tryckas ut, som eleven sedan kan lägga på en bricka. Detta underlag är till för att ge eleverna en djupare förståelse.

Löwings kategorisering av bråktal

Min matematik har totalt 91 uppgifter med en bra utbredning om man ser till Löwings (2008, ss. 249–253) sex av åtta uppfattningar om bråk. 54,5 uppgifter (60% av uppgifterna) sorterades som ett tal. Varav en del av en hel (10,5 uppgifter), en del av antal (13 uppgifter), och övrigt (13 uppgifter) täcker resterande kategorier med 40%. *Min matematik* är även ett äldre läromedel som kan ha präglat resultatet, samt att uppgifterna är svårare i jämförelse mot de andra läromedlen. Det var ingen av uppgifterna som motsvarade kategorierna division som metafor, en andel eller proportion. McIntosh hävdar att en missuppfattning som kan uppstå är att bråktalet kan förvirra eleven till att tro att det är ett divisionstal (2008, ss. 28–29). Denna missuppfattningen kan inte ske på samma sätt i *Min matematik* då divisionstecknet betecknas med ett kolon (:) istället för ett divisionsstreck (/). Redan i läromedlet *Min matematik 4a* får eleven bekanta sig med de två olika symbolerna för division. Detta bygger på elevens kunskaper och ger dem en bredare förståelse vilket kan vara ett redskap samt i det längre loppet leder till ackommodation. Detta då eleven får ytterligare kunskap att samma tecken för division gäller även vid bråk.

Språk

Språket, vilket kopplas till läromedels analysens andra frågeställning, är relativt sparsmakat men har mycket bildstöd i form av cirklar och rektanglar som är delade i lika stora bitar. I vissa uppgifter finns det andra figurer som är till för stöd. I läromedlet benämns bråktal både med ett tecken som exempelvis $1/5$ och som en femtedel. Läromedlet bygger på progression, de första delmålen i kapitlet bygger på assimilation, delmålet som kommer efter bygger på det föregående uppslaget. Ackommodation sker när eleverna sedan tar in kunskap om hur man ska räkna med bråk där division används som en metafor. Med hjälp av det konkreta materialet och tilläggsuppgifterna samt i slutet av kapitlet finns det även ett repetitionsavsnitt. Med hjälp av dessa olika uppgifter kan eleven själv välja vilken svårighetsgrad som den helst vill jobba med för att ha störst chans att nå sin individuella proximala utvecklingszon.

Resultat

Att jämföra material är inte något nytt, sedan den statliga läromedelsgranskningen i Sverige upphörde blev det upp till den enskilda läraren att granska materialet som används i klassrummet, så här är vi inte pionjärer i och med denna studie. Metoden att jämföra material, inte bara mot varandra utan även mot material från andra länder, är inte heller helt olikt de internationella undersökningarna PISA och TIMSS som genomförs kontinuerligt. Vår granskning visade även att jämförelser mellan de olika ländernas läroplaner har skett vid ett flertal tillfällen samt i anslutning till svenska och finska läromedel. Men studiens kunskapsbidrag, att jämföra svenska och finska läromedel ur ett matematikdidaktiskt perspektiv med fokus på det matematiska arbetsområdet bråkräkning, är inte lika ordinärt. Genom en komparativ metod granskades läromedlen, samt om de finska materialen som flitigt översätts och anpassas till den svenska skolan har en koppling till de fina resultat de finska eleverna uppvisar i bland annat PISA och TIMSS. Resultatet som framkom var att de finska läromedlen har flera fördelar som gynnar elevers inläring av matematik.

Liping Ma menar att en arbetsbok har två fundamentala ändamål, vad som ska läras ut samt hur momentet ska presenteras och förklaras. Ett läromedel som eftertraktas i skolor är ett läromedel som på kortast tid ska ge maximalt med måluppfyllelse. Läromedlet ska även anpassas till alla elevers svårigheter eller särskiljande drag (1999, s. 133). I alla de finska läromedlen och det läromedlet med finskt ursprung som även används i Sverige tillkommer det konkret material som hjälper både eleverna vid kunskapsinläring samt även lärarna vid konkretisering.

Angående vår första frågeställning anses *Mattspanarna* ligga i framkant trots avsaknad av konkret material enligt Löwings teori. Detta eftersom *Mattspanarna* använder sig av olika pedagogiska modeller för att konkretisera bråk. Övriga läromedel lade stor vikt både på pizzamodellen och tallinjen som berör vår första frågeställning.

I de finska läromedlen var det svårare att sortera in talen enligt Löwings modell. Vilket man framförallt kunde se i läromedlet *Karlavagnen* som hade flera uppgifter som var mer komplexa, och kunde kategoriseras i flera grupper (se bilaga 1). Ofta var det dock en kategori som dominerade vilket ledde till att den uppgiften hamnade i den framträdande gruppen, då en uppgift i största utsträckning behandlar en matematisk förmåga.

Textmässigt har de svenska läromedlen förutom *Favorit* ett större omfång än de finska vilka använder sig mer av bildstöd. De svenska materialen använder inte ämnesspecifika ord i samma utsträckning som de finska samt *Favorit*. Det leder till antagandet att de finska materialen samt *Favorit* har en större medvetenhet samt fokus på språket som berör den andra frågeställningen angående språket i matematikböcker. Angående den sista frågeställningen om hur upplägget samt strukturen skiljer sig i läromedlen från de olika länderna finns det en tydlig skillnad. *Favorit* samt de finska läromedlens delkapitel är anpassade och uppdelade efter lektioner, något som inte återfinns i *Pixel* och *Mattspanarna*. Samtidigt förekommer det flera olika typer av uppgifter i de finska läromedlen som behandlar andra moment än bråk vilket kan ge eleverna en djupare kognitiv förståelse

för de olika arbetsområdena i matematik som är sammankopplade. *Lyckotal 4B* använder det föregående kapitlet, som är tid och mätning, till att tillämpa bråk. Detta arbetssätt hittades också i *Favorit*. Däremot fanns det inte i *Pixel* och *Mattespanarna*. Det skapar en kognitiv förståelse för matematik då eleverna får använda bråk med ett syfte som knyter an både till vardagen och till de uppgifter de arbetat med tidigare.

Slutligen kan det uttryckas att de finska läromedlen är mer strukturerade då de läromedlen är uppbyggda efter lektioner och har då en didaktisk baktanke med vad och när det ska läras ut till eleverna. Dessa läromedel har även fler andel uppgifter som uppfyller kriterierna för mer än en av kategorierna enligt Löwings teori vilket gör materialen mer komplexa. De svenska materialen har i likhet med de finska flera olika svårighetsgrader med olika typer av frågor, dock saknar dem den komplexiteten som de finska läromedlen samt *Favorit* innehar. Resultatet som framkom utifrån vår analys bekräftar andra liknande undersökningar som gjorts tidigare; det är inte oväntat att flera finska matematikböcker har eller håller på att översättas och produceras i andra länder, inklusive i Sverige.

Diskussion

I en granskning av Skolverket vid namn *Lusten att lära- med fokus på matematik* är det tydligt att läromedlet oftast står för målsättning, uppgiftsval och arbetsmetod. Matematikläromedel har idag stor dominans i klassrummet, och den frihet som borde finnas i undervisningen får helt enkelt inte plats, och ett stort antal lärare anser att kursplanen i matematik är så detaljerad att det inte finns utrymme för egen tolkning (Skolverket, 2003, s.35). Läroböcker ska fungera som en förmedlare mellan den avsedda läroplanen och den förvärvade vilket Dylan Wiliam (2013) förespråkar. Det ska vara som en brygga mellan den officiella läroplanen och verkligheten i klassrummet. Wiliam menar att det förekommer tre läroplaner, den officiella, det som finns i läromedlet, samt den lärarna väljer att framställa till eleverna. Det är den förstnämnda som politikerna och samhället benämner som den avsedda läroplanen. Den som sedan hamnar i läromedel är den som kallas för den införda läroplanen. Sist kommer den läroplan som heter den förvärvade läroplanen, vilken är den läroplan som utspelar sig i klassrummet och som eleverna följer. Wiliam menar att det eleverna egentligen tar till sig inte är vad som lärs ut i klassrummet utan hur det lärs ut (2013, ss. 28–29). Målen i läroböckerna kan ses som synonyma med de kunskapsmål som man finner i läroplanen (Skolverket 2003, ss. 28–29). En konsekvens blir att undervisningen blir bundet till läromedlen där det krävs att eleverna skall klara upp till 95% av matematiklektionerna på egen hand utifrån läromedlet. Detta kan anses vara negativt då elever har olika behov både kunskapsmässigt och pedagogiskt, och deras motivation kan gå förlorad eftersom de upplevt otillräckliga förberedelser för att klara av självständigt arbete (Skolverket, 2003, ss. 14–15).

Utifrån analysen anträffas både likheter men också skillnader som kan ses gagnar de finska läromedlen, vilket både berör den sista frågeställningen samt hur Dylan Wiliam (2013) och Skolverket (2003) ser på läromedel. För det första introduceras mer avancerad bråkräkning i tidigare ålder i Finland, redan under lågstadiet. I Sverige sker detta inte förrän under mellanstadiet, vilket kan utläsas från respektive lands läroplaner. Jean Piaget talar om olika utvecklingsstadier som följer varandra hos alla barn, men vid olika tidpunkter. Vid sju års ålder menar Piaget att eleven vanligtvis hamnar i det konkreta operationernas stadium, som innebär att eleven behöver konkret material för att kunna förstå och konkretisera olika räkneoperationer. Det är vid åldern elva till tolv år som eleverna hamnar i det abstrakta stadiet där konkret material inte längre är nödvändigt (2013, ss. 7–8, 11). Varför läromedelsförfattarna väljer att introducera bråk i de matematiska läromedlen i olika årskurser är det dock svårt att dra en slutsats om. Piaget tankar angående elevers olika mognadsgrad kan vara en bakomliggande faktor.

De finska läromedlen är både arbetsböcker och läroböcker. Eleverna får skriva direkt i boken vilket kan spara tid av lektionen. Av de svenska läromedlen finner vi bara att *Favorit* liknar de finska böckerna, inte helt överraskande då *Favorit* är en översättning av det finska läromedlet *Min matematik*. Det förekommer även i *Pixel* en skrivbok som eleven kan skriva i, men den ges oftast till de elever som har större svårigheter i matematik. En fördel med att använda arbetsböcker med tillhörande anteckningsbok är att det förbereder eleverna för vidare studier då matematikböcker i

högre årskurser är uppbyggda på liknande vis. De finska läromedlen samt *Favorit* har tillhörande konkret material som underlättar inläringen.

Pixel och *Min matematik* är båda äldre böcker som har använts under en lång tid i skolan. *Pixel* kom ut redan 2007 i Sverige, innan den nya läroplanen 2011. Trots att den inte följer *Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011* (2015) så används den fortfarande flitigt i undervisningen. *Min matematik* liknar *Pixel* på många sätt. *Min Matematik* har givits ut i flera upplagor där den senaste kom 2016, men i grunden är den ett äldre läromedel som fortfarande används i undervisningen idag. Den stora skillnaden som uppkom vid analysen var att de båda äldre läromedlen hade många svåra uppgifter samt ett bristfälligt språk i jämförelse med de andra och nyare läromedlen.

Det matematiska språket skiljer sig från det vardagliga språket med ämnesbaserade ord som annars inte förekommer i stor utsträckning. De svenska matematiska läromedlen som valdes ut inriktar sig på mer logiska resonemang som grundar sig på det vardagliga språket. I de finska läromedlen förekommer ofta algoritmer samt instruerande listor. Det är en markant skillnad i textmängd mellan de svenska respektive de finska läromedlen, där framförallt *Mattespanarna* utmärkte sig genom att ha en mer textbaserad profil. Det kan ses som ett ämnesintegrerat läromedel där eleven även kan bygga upp sin läsförståelse. Dock använde sig inte *Mattespanarna* av några ämnes-specifika ord vilket de övriga läromedlen gör, framförallt de finska läromedlen samt *Favorit*.

De sex läromedel som analyserades inriktar sig på en kombination av text och bildstöd i olika utsträckningar där *Favorit*, *Karlavagnen*, *Lyckotal* samt *Min matematik* i stor utsträckning använder sig av pizzamodellen. I exempelvis läromedlet *Favorit* används förutom cirklar (pizzamodellen) även rektanglar och tallinje vilket i sig kan ses som fattigt då enbart cirklarnas färg ändras vid olika tillfällena. Enligt Liping Ma lär sig dock eleverna att bemästra en vital del av bråkräkningen genom pizzamodellen, nämligen att se att alla delar måste vara lika stora. Modellen ger en större känsla för delar och helhet (1999, 134). Även McIntosh lägger en stor vikt på fyra aspekter som behandlas i forskningsöversikten varav en är att eleven ska förstå att alla delarna ska vara lika stora av en hel (2008, s.29).

I läromedlet *Pixel* är bråktalen betecknade enbart genom siffror (ex: $1/4$, eller $2/6$) och aldrig genom att skriva ut talen (ex: en fjärdedel eller två sjättedelar) vilket återfinns bland annat i läromedlet *Mattespanarna*. Att skriva ut bråktalen är utvecklande för eleverna, att det då saknas i läromedlet *Pixel* kan ses som en begränsning (Karlsson, Kilborn, 2015, s. 21).

Samtliga granskade matematikläromedel bygger på en progression genom hela kapitlet i bråk. Flera uppgifter i de analyserade läromedlen ser likadana ut vilket blir en assimilering för eleverna. En eventuell nackdel med det är att det leder till en rutin där eleverna inte förstår varför de egentligen gör som de gör (Löwing, 2008, s. 229). Alla böcker förutom *Pixel* innehåller explicit skrivna svårighetsgrader vilket medför goda ackommodationsmöjligheter för eleverna. Även de läromedlen med olika svårighetsgrader hör hit, däribland *Mattespanarna*. Där ska eleven först göra en diagnos för att sedan veta vilket spår denna ska följa för att placera sig på rätt svårighetsgrad. Detta ger

goda möjligheter för eleven att hamna i sin proximala utvecklingszonen. Det ska framhållas att repetition har ett värde i sig då det gäller att förankra kunskapen.

Samtliga läromedel behandlar alla aspekter som McIntosh förespråkar vilket lyfts i forskningsöversikten (2008, s.29). Varför är då vissa läromedel inte tillräckliga enligt vår studie? Som benämns i början av diskussionen ska läromedlet vara en bro mellan vad som har bestämts ska läras ut i ett klassrum samt vad som faktiskt lärs ut (William, 2013, ss. 28–29). Enbart läromedlet räcker som regel inte till för att bygga den bro som krävs, speciellt då eleverna upplever att de fått ringa förberedande kunskaper för att klara av matematiskt självständigt arbete (Skolverket, 2003, ss. 14–15). Ett möjligt scenario är att lärarnas avsaknad av didaktisk utbildning är en orsak till att matematikundervisningen är bokstyrd. Dock menar Thomas Denk att den didaktiska pedagogiken styr vad som finns i läromedel (2002, s.75).

Samtliga läromedel är inte kompletta utan behöver ytterligare förklaring muntligt och skriftligt av en pedagog som konkretiserar och problematiserar matematiken för eleverna. Begränsningar hos läromedlen är till stor del beroende på pedagogens skicklighet i att didaktiskt lära ut i praktiken. Detta då läromedlet kan användas som ett substitut för den didaktiska undervisningen eller som ett komplement till undervisningen. För att höja resultaten i PISA behövs det således skickliga pedagoger som kan använda läromedlet som ett verktyg till eleverna, speciellt då vi har kunnat konstatera att det finns både skillnader men även likheter mellan det svenska respektive finska materialet. Detta gäller både pedagogiska modeller och även det ämnesspecifika språket som återfinns i de matematiska läromedlen.

Konklusion

I vår studie har en läromedelsanalys genomförts gällande sex olika läromedel. Kapitlen gällande bråkräkning för årskurs 4 har detaljgranskats med en komparativ analys. Analysen visar både likheter men även stora skillnader på uppbyggnad i de svenska respektive finska läromedlen.

Resultaten som framkom från analysen var att de svenska böckerna har ett rikare språk som även uppmanar till ämnesintegrerad undervisning. De svenska materialen har även fler pedagogiska modeller som eleverna fick ta del av. De finska matematiska läromedlen hade fler komplexa tal, och bråkkapitlen innehåller många tal som inte behandlar bråk. En annan skillnad är att de finska matematikböckernas kapitel var mer integrerade med varandra än i de svenska. Samtidigt är uppbyggnaden i de finska böckerna samt *Favorit* indelat i lektioner och inte uppgifter i en lång lista.

En annan stor avvikelse som framkom var när urvalet för årskurs skulle väljas. I Finland startar man redan i lågstadiet med mer avancerad bråkräkning medan man i Sverige startar med detta under mellanstadiet. En intressant fråga är varför Finland anser att eleverna klarar av mer avancerad bråkräkning tidigare än vad man anser i andra länder, däribland Sverige, vilket kan skönjas i de två ländernas läroplaner. Denna fråga besvaras dock inte i denna uppsats utan det kan utgöra grunden för en senare studie.

En annan fråga utifrån studien som kunde vara intressant att belysa är att se hur materialen används i praktiken. Används materialen som ett substitut för den didaktiska undervisningen eller som ett komplement till undervisningen? Enligt Dylan Wiliam så är det viktigaste hur ett ämne lärs ut och inte vad som lärs ut (2013, s.28). I boken *Komparativ metod – förståelse genom jämförelse* belyser man att det kan finnas externa faktorer av olika slag som ej exemplifieras i analysen. Dessa faktorer kan indirekt eller direkt ha inverkan på resultatet. De faktorer som ej inlemmas i analysen benämns som exogena faktorer (Denk, 2002, s.75). I denna läromedelsanalys skulle en exogen oberoende faktor kunna vara lärarnas roll i klassrummet samt deras inverkan på elevernas lärande. Att granska om lärare i Sverige respektive Finland tillför externt material eller utvecklar matematiklektionerna till fördel för det matematiska kunnandet skulle kunna vara ytterligare ett sätt att vidareutveckla denna läromedelsanalys.

Referenslista

Alseth, B., Nordberg, G. & Rösseland, M. (2007). *Pixel: [matematik]. 4B, Grundbok*. (1. uppl.) Stockholm: Natur och kultur.

Asikainen, K. (2014). *Mera favorit matematik. 4B*. (1. uppl.) Lund: Studentlitteratur.

Asikainen, K., Fälden, H., Nyrhinen, K., Rokka, P., Vehmas, P., Törnroos, S., Westerlund, K. (2016). *Min Matematik 4b* (7. uppl.) Schildt & Söderström. Ingår i bokserien Min matematik.

Bedroth Camilla, Persson, Mimmi, (2015). *Läromedel med finsk förlaga lyfter matematikundervisningen*. Tillgänglig på Internet: <https://webcache.googleusercontent.com/search?q=cache:852KIdHTto0J:https://www.studentlitteratur.se/%2523katalog/vy/1/nyhetsartikel/205492+&cd=1&hl=sv&ct=clnk&gl=se&client=safari> (hämtad 2017-04-03 kl. 10.34).

Bell, Judith (2006). *Introduktion till forskningsmetodik. 4.*, [uppdaterade] uppl. Lund: Studentlitteratur.

Bentley, P. (2017). Liber.se, *Läromedel som garanterar vetenskaplig grund – LGR 11- säkrad matematik*. Tillgänglig på Internet: <https://www.liber.se/Kampanjer/torg/Ma-F-6/Laromedel-som-garantear-vetenskaplig-grund/> (hämtad 2017-04-04 kl. 18.00).

Denk, T. (2002). *Komparativ metod - förståelse genom jämförelse*. Lund: Studentlitteratur.

Hartikainen, S., Häggblom, L. (2014). *Lyckotal 4*, 4B. (1.uppl.) Schildt & Söderström. Ingår i bokserien Lyckotal Grundbok.

Hemmi Kirsti. (2015). Origo -tidningenorigo.se. *Dags att prata om läromedel*, Stockholm, Lärarförbundet. Tillgänglig på internet: <http://tidningenorigo.se/dags-att-prata-om-laromedel/> (hämtad 2017-03-30 kl.07.50).

Hernvald, A. (2011). *Mattespanarna. 4B*. (1. uppl.) Stockholm: Liber.

Hwang Philip och Nilsson Björn (2011). *Utvecklingspsykologi, tredje reviderade utgåvan*. Författarna och Bokförlaget Natur & Kultur, Stockholm.

Karlsson, N. & Kilborn, W. (2015). *Matematikdidaktik i praktiken: att undervisa i årskurs 1–6*. (1. uppl.) Malmö: Gleerups Utbildning.

Kiviluoma, P., Nyhinen, K., Perälä, P., Rokka, R., Salminen, M., Tapiainen, T. (2016). *Karlavagnen 4B*. (1. uppl.) Otava. Ingår i bokserien Karlavagnen.

Läromedelsstöd.se (2013). *Vad räknas som kognitiva förmågor?* Tillgänglig på internet: <http://laromteknikstod.se/kognitiva-funktioner-och-hjarnan/kognitiva-funktioner>(hämtad 2017-04-12 kl.11.04)

Löwing, Madeleine (2008). *Grundläggande aritmetik: matematikdidaktik för lärare*. (1. uppl.) Lund: Studentlitteratur.

Ma, Liping (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics: teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States*. Mahwah, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates.

McIntosh, Alistair (2008). *Förstå och använd tal: en handbok*. 1. uppl. Göteborg: Nationellt centrum för matematikundervisning (NCM), Göteborgs universitet.

Ne.se: Nationalencyklopedin, Finland (2017). Tillgänglig på Internet: <http://www.ne.se/uppslagsverk/encyklopedi/lång/finland> (hämtad 2017-04-03 kl.21.34).

Piaget, J. (2013). *Barnets själsliga utveckling*. (3. uppl.) Stockholm: Norstedts.

PISA 2015: 15-åringars kunskaper i naturvetenskap, läsförståelse och matematik. (2016). Stockholm: Skolverket. Tillgänglig på Internet: <http://www.skolverket.se/publikationer?id=3725> (hämtad 2017-04-03 kl.24.08).

PISA 2017: Compare your country. Tillgänglig på Internet: <http://www.compareyourcountry.org/pisa/country/FIN> (hämtad 2017-06-12 kl.10.35).

Skolverket (2003). Skolverkets rapport nr 221, *Nationella kvalitetsgranskningar 2001 - 2002, Lusten att lära – med fokus på matematik*. Skolverket, Sverige. Tillgänglig på internet: <http://www.mah.se/pages/45519/lustattlara.pdf> (hämtad 2017-05-03 kl.16.45).

Skolverket (2009). *Vad påverkar resultaten i svensk grundskola? Kunskapsöversikt om betydelsen av olika faktorer: sammanfattande analys*. Stockholm: Skolverket. Tillgänglig på Internet: https://www.skolverket.se/om-skolverket/publikationer/visa-enskild-publikation?_xurl=http%3A%2F%2Fwww5.skolverket.se%2Fwtpub%2Fws%2Fskolbok%2Fwpubext%2Ftrycksak%2Fblob%2Fpdf2260.pdf%3Fk%3D2260 (hämtad 2017-04-03 kl.20.03).

Skolverket (2011). *Tid för matematik, Erfarenheter från Matematiksatsningen 2009–2011*. Stockholm: Elanders Sverige AB. Tillgängligt på Internet: https://www.skolverket.se/om-skolverket/publikationer/visa-enskild-publikation?_xurl=http%3A%2F%2Fwww5.skolverket.se%2Fwtpub%2Fws%2Fskolbok%2Fwpubext%2Ftrycksak%2Fblob%2Fpdf2745.pdf%3Fk%3D2745 (hämtad 2017-04-21 kl.11.53).

Skolverket (2013). Sammanfattning av rapport 398. *Internationella studier, PISA 2012, 15-åringars kunskaper i matematik, läsförståelse och naturkunskap. Resultat i koncentration*. Stockholm: Elanders Sverige AB.

Skolverket (2015). *Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011*. Stockholm, skolverket, reviderad upplaga 2015.

Skolverket (2016). Pressmeddelande 2016-12-06, *Svenska elever bättre i PISA*. Tillgänglig på internet: <https://www.skolverket.se/om-skolverket/press/pressmeddelanden/2016/svenska-elever-bättre-i-pisa-1.255881> (hämtad 2017-03-30 kl.14.04).

Skolverket (2017). Tillgängligt på internet: <https://www.skolverket.se/laroplaner-amnen-och-kurser/grundskoleutbildning/grundskola> (hämtad 2017-04-24 kl.09:30).

TIMSS (2016). RAPPORT 448, *Internationella studier TIMSS 2015 - Svenska grundskoleelevers kunskaper i matematik och naturvetenskap i ett internationellt perspektiv*. Stockholm Elanders Sverige AB, 2016.

Tv4.se/nyhetsmorgon/ (2016). *Finland använder svenska skolan som skräckexempel*. Klipp-2016-10-20 kl. 09.31 Längd 11.46. Tillgänglig på Internet: <http://www.tv4.se/nyhetsmorgon/klipp/finland-anv%C3%A4nder-svenska-skolan-som-skr%C3%A4ckexempel-3581433> (hämtad 2017-03-31 kl.14.39).

Undervisningsstyrelsen (2014). *Grunderna för läroplanen för den grundläggande utbildningen 2014*. Tillgänglig på internet: http://www.oph.fi/download/166434_grunderna_for_laroplanen_verkkojulkaisu.pdf (hämtad 2017-05-02 kl.09.35).

Utbildningsstyrelsen (2017). Tillgänglig på internet: http://www.oph.fi/utbildning_och_examen/grundlaggande_utbildning/laroplikt_och_skola (hämtad 2017-04-24 kl.09:34).

William, D. (2013). *Att följa lärande: formativ bedömning i praktiken*. (1. uppl.) Lund: Studentlitteratur.

Zetterqvist, Lena (2011). *Mattespanarna. år 4, Spanarboken*. 1. uppl. Stockholm: Liber.

Bilagor

Bilaga 1

Analys utifrån Löwings modell för bråkräkning.

<i>Favorit</i>	Ett tal	En del av en hel	En del av ett antal	Division som metafor	En andel	En proportion	Övrig	
Sida								
8	1	1						
9	2							
10		1						
11	2							
12	3							
13	1						1	
14	1							
15	2							
16	1	1						
17	1						1	
18	1							
19	2							
20	3							
21	2						1	
22	1							
23	2							
24	3							
25	2							
26			1					
27			2					
28		1	1					
29							1	
30			1					

31			2					
32		1	1					
33			1				1	
34			1					
35		1						
36	1	1						
37		1	1					
38	1							
39	2							
40	2							
41	2							
42	2		1					
43	2,5	0,5						
44	1	1	1					
45		1	2					
Repetition								
Sida								
218	2						1	
219	2							
220	2						1	
Summa:	49,5	10,5	15	0	0	0	7	82
Pixel	Ett tal	En del av en hel	En del av ett antal	Division som metafor	En andel	En proportion	Övrig	
Sida								
35		1	2					
36			2					
37		2						
38		3						
39		4						
40		4						
41		3						

42	5							
43		5						
44	2							
45	3							
46	4							
47		2						
48	4							
49	3							
50	2						1	
51	3						1	
52	3							
53	3							
54	2							
55	3							
56	3							
57	2							
58	3							
59								
60	2	2	1					
61	7							
62	2	2	1					
63	2	2						
64	2	2						
65		2						
Summa:	60	74	6	0	0	0	2	142
Mattespanarna	Ett tal	En del av en hel	En del av ett antal	En del av ett Division som metafor	En andel	En proportion	Övrig	
Sida								
10	3	2						
11	1	3				1		
12		5						

13	1	1	2					
14		3	2					
15	2	3						
16			6					
17			3	1				
18	4	2	1					
19	2	3	2					
20		5						
21	1		3					
22			5					
23		4	2					
24		4	1					
25		4						
26		1	4					
27	1	2	2					
28	1	1	3					
29		1					1	
Summa:	16	44	36	1	0	1	1	99
Karlavagnen	Ett tal	En del av en hel	En del av ett antal	Division som metafor	En andel	En proportion	Övrig	
Sida								
6		3						
7	2							
8		1					1	
9	1	2					1	
10	2							
11	3							
12	1	1						
13	4							
14	2							
15	4							

16	1	2						
17	4							
18	2							
19	4							
20		1					2	
21	4							
22	1							
23	4							
24	2							
25	5							
26	5							
27								
28	2	1						
29	2						1	
30	1							
31	4							
32							1	
33	3	1						
34	2							
35	3							
36	2						1	
37	3						1	
38	2							
39	3							
40		1					1	
41	4							
42	2							
43	2							
44	1						2	
45	2						1	
46	1							
47	1						1	

48	3							
49	3						1	
50	6							
51	3							
52	5							
53	3							
54	4							
55								
56	1	1					1	
57	3							
Repetition								
Sida								
202	3							
203	2						1	
204	2						1	
205	3						1	
Summa:	132	14	0	0	0	0	18	164
Lyckotal	Ett tal	En del av en hel	En del av ett antal	Division som metafor	En andel	En proportion	Övrig	
Sida								
30		1						
31	1	1						
32		1						
33		1,5	0,5					
34	1	1						
35	2	1						
36	3							
37	3							
38	3							
39		3						
40	2							

41	2							
42	3							
43	3							
44			7					
45			2				1	
46			2					
47			2					
48		3						
49		1	1					
50		5						
51		2						
52							1	
53							3	
54		2						
55							1	
Extra								
Sida								
31a		1	1				1	
31b							6	
33a		2					1	
33b							3	
35a	2						1	
35b							6	
37a	2						1	
37b							4	
39a	4						1	
39b							3	
41a	4						1	
41b							2	
43a	3						1	
43b							2	

45a	2						1	
45b							2	
47a			2				1	
47b							2	
49a	1	2					1	
49b							2	
51a	2	1						
51b							2	
Träna								
Sida								
12			2					
13	1	0,5	0,5					
14	1							
15		3						
16	3							
17	1						1	
18	3							
19	1	2						
20	5							
21	1	2						
Summa:	59	36	20	0	0	0	51	166
			En del					
		En del av	av ett	Division som				
Min matematik	Ett tal	en hel	antal	metafor	En andel	En proportion	Övrig	
Sida								
4	1							
5	2							
6	2	1						
7	1	1					1	
8		1						
9	3							

10	3							
11							2	
12			1					
13			1				1	
14		1	2					
15							2	
16			1					
17		2						
18		1	2					
19		1	1				1	
20	1							
21	2							
22	3							
23	2						1	
24			1					
25		1						
26	2		1					
27			1				1	
28	1							
29	2							
30	3							
31	1						1	
32	1							
33	2							
34	3							
35	1		1					
36	1							
37	2							
38	2	1						
39	2							
40	3		1					
41	2,5	0,5						

Repetition								
Sida								
206	2						1	
207	2						1	
208	2						1	
Summa:	54,5	10,5	13	0	0	0	13	91

Bilaga 2.

Matris för analys

- Översikt (Vad det är för läromedel?)
- Hur många svårighetsgrader?
- Antal sidor och uppgifter (kvalitet eller kvantitet?).
- Konkret material?
- Finns det explicita mål?
- Vilket kapitel kommer efter, eller innan?
- Språk
- En fjärdedel eller $1/4$?
- Hur betecknas bråk, kan det orsaka förvirring för eleverna?!
- Introduktion
- Förklaras begreppet?
- Löwings modeller, bilder och symboler:
 - ett tal
 - en del av en hel (varav bilduppgifter)
 - en del av ett antal
 - division som metafor
 - en andel
 - en proportion
 - ett förhållande -används ej i denna läromedelsanalys.
 - skala -används ej i denna läromedelsanalys.

Matris för språk samt diskussion

- $1/4$ eller en fjärdedel?
- Förklaras begreppet?
- Bildstöd?
- Piagets progression?
- Assimilering och ackommodation?
- Vygotskijs Proximala utvecklingszon?