UPPSALA
UNIVERSITET

U.U.D.M. Project Report 2020:1

Jämförelse mellan nuvarande version av Gy11 och Skolverkets förslag till revidering

Wilhelm Carlbaum

Examensarbete i matematikdidaktik, ämneslärarprogrammet, 15 hp
Handledare: Gunnar Berg
Examinator: Veronica Crispin Quinonez
Januari 2020

Department of Mathematics
Uppsala University

Sammanfattning

Denna uppsats jämför den nuvarande ämnesplanen i matematik, Gy11, med det förslag till en reviderad ämnesplan som lagts fram av Skolverket hösten 2019. De olika versionerna av ämnesplanen har jämförts med varandra utifrån ändringar i formulering och matematiskt innehåll i kurser. Ämnesplanerna jämförs också med teorier om matematisk kunskap, matematisk förståelse och läroplansteorier som inhämtats från forskningsartiklar och böcker. Metoden som används i uppsatsen är en kvalitativ innehållsanalys. Lärares kommentarer om Gy11 har också granskats för att undersöka i vilken mån de har påverkat de ändringar som gjorts.

Undersökningen i uppsatsen visar att det i den föreslagna revideringen är en ökad betoning på fakta och förståelse utifrån de teorier som används. Den föreslagna revideringen är i högre grad fokuserad på att undervisa elever om ämnet matematik i förhållande till att elever ska utveckla förmåga att applicera matematik inom olika ämnen och situationer utanför klassrummet. Många av de kommentarer som lärarna gav implementerades i den föreslagna revideringen. Om den antas kommer revideringen leda till att matematiken undervisas i annorlunda ordning jämfört med hur det är i dagsläget, och betygskraven kommer också att se annorlunda ut. De diskussioner som förs i uppsatsen visar att de mål som Skolverket hade med revideringen av ämnesplanen har uppnåtts.

Innehåll:

1. Inledning

Som lärarstudent har jag stött på läroplanen i matematik ett antal gånger under de verksamhetsförlagda delarna av min utbildning, framförallt då jag tillsammans med handledare ska diskutera resultat på elevers arbeten och prov. Under de diskussionerna har jag märkt att det finns en brist på samstämmighet i tolkningen av vad läroplanen innebär, både mellan mig och handledare, samt mellan lärare på skolan där jag varit placerad. Då en skillnad i tolkning av läroplanen troligtvis leder till att elever inte får jämlik utbildning eller att bedömningen av prestationer blir olika för olika lärare är det något som kan vara ett problem med den nuvarande läroplanen. Givetvis är det ingen nackdel att ha en läroplan som lämnar utrymme för läraren att känna en viss frihet i hur ämnet ska undervisas, men om det är svårt att komma fram till en gemensam syn till och med inom den egna verksamheten kan det ha lämnats för mycket tolkningsutrymme. Att ämnesplanen är svår att använda har även nämnts i diskussioner med kurskamrater under utbildningen där den till stor del gemensamma åsikten är att framförallt betygskriterierna är svåra att tolka, speciellt då man som oerfaren lärare har mindre erfarenhet att basera sina beslut på.

Skolverket har nu arbetat fram ett förslag till en revidering av den nuvarande ämnesplanen i matematik, som återfinns i Gy11, som ska överlämnas till regeringen i december 2019. Beslutar regeringen att denna revidering ska antas, kommer den att gälla från och med sommaren 2020 enligt Skolverkets förslag, med vissa undantag för elever som redan påbörjat sin utbildning (Skolverket, 2019c, s.1–2). Att läroplaner, eller ämnesplaner, revideras eller ändras från grunden är inget ovanligt inom skolväsendet. Det är en naturlig del av att skolan och samhället ändrar inställning till vad de tycker att eleverna ska lära sig och på vilket sätt. Det som är av intresse för mig som snart nyutexaminerad lärare är hur detta förslag till reviderad ämnesplan ser ut och vilka konsekvenser det kan få för undervisningen i matematik. Då vi under utbildningen i våra diskussioner har utgått ifrån Gy11 finns det en poäng med att veta hur revideringen kan komma att ändra de kurser som finns i matematik, och om det sker någon ändring i de bedömningskriterier som ligger till grund för det betyg som eleverna får.

I denna uppsats har jag valt att jämföra den nuvarande ämnesplanen i matematik med förslaget till en reviderad ämnesplan som Skolverket lagt fram och ska presentera för regeringen. Jämförelsen sker utifrån forskningsartiklar om vad exempelvis matematisk förståelse innebär, och vilka olika typer av kunskaper som finns. Vidare sker jämförelsen med hjälp av material som hämtats från Skolverket. Det som använts av Skolverkets material är främst de kommentarer som lärare fick lämna på den nuvarande ämnesplanen under Skolverkets förberedande arbete 2017/2018. Skolverkets egna sammanfattning av kommentarerna och den konsekvensanalys som genomfördes med avseende på förslaget till den reviderade ämnesplanen har också använts. Andra texter från Skolverket kommer också att användas, som till exempel kommentarmaterial där de förtydligar hur ämnesplanen ska tolkas. I mailkonversation med Skolverket framkom även att Anette Jahnke varit med som expert i revideringsarbetet och på grund av det har hennes bok använts som underlag för analys. Mailkonversationen nämnde även att ramverk från *Principles and Standards* som utgavs av National Council of Teachers of Mathematics, NCTM, användes vid reformarbetet som gav upphov till Gy11 och den boken har således också granskats.

Genom denna analys av Skolverkets förslag till en reviderad ämnesplan hoppas jag få en bättre förståelse för vad jag som lärare förväntas undervisa om, och vad jag ska bedöma, i matematik.

1.1 Frågor att besvara i uppsatsen

De frågor som jag ska försöka att besvara i denna uppsats är följande:

- Vad är det som skett i förslaget till en reviderad ämnesplan i förhållande till olika ämnesdidaktiska teorier?
- I vilken utsträckning kan en reviderad ämnesplan tänkas påverka matematikutbildningen?

2. Teori

2.1 Ordlista

Skollag: Innehåller generella och grundläggande bestämmelser för de olika skolformer som finns. Beslutas av riksdagen.

Gymnasieförordning: Konkretiserar skollagen och innehåller de riktlinjer som gäller för gymnasieskolan. Beslutas av regeringen.

Läroplan: Beskriver verksamhetens riktlinjer, mål och värdegrund. Beslutas av regeringen.

Ämnesplan: Beskriver de kurser som ingår i de olika ämnena i gymnasiet. För de gymnasiegemensamma ämnena beslutas ämnesplanen av regeringen, baserat på förslag som Skolverket lägger fram.

De olika dokumenten är alla viktiga för skolans verksamhet och de ska tillsammans skapa en helhet. Dokumenten ska i möjligaste mån undvika dubbelregleringar, det vill säga att olika dokument inte ska beskriva samma sak. Läroplanen är mer övergripande för vad som gäller för verksamheten i stort medan ämnesplanen är mer specifik i vad som gäller för undervisningen i de olika ämnena (Skolverket, 2011, s. 14–15).

I denna uppsats kommer begreppen läroplan och ämnesplan i vissa fall användas liktydigt. Det beror på att i engelsk litteratur används det engelska begreppet *curriculum* och har en vidare betydelse än den svenska översättningen läroplan. Curriculum i engelskan används för att beskriva både läroplan, ämnesplan, samt undervisningsmetoder vilket inte överensstämmer helt med vad som i svensk litteratur menas med läroplan. Förhoppningen är att det framgår av sammanhanget om det är läroplanen eller ämnesplanen som avses.

2.2 Läroplaner

Begreppet läroplan har olika betydelse i olika länder. I Sverige avser läroplan den text eller det dokument som beskriver vad lärare och elever har för skyldigheter och rättigheter i skolan, medan i engelskspråkiga länder är begreppet läroplan (eng. *curriculum*) mer omstritt och inte nödvändigtvis endast den text som vi i Sverige avser med läroplanen. Läroplanen som fenomen har också varit av intresse för staten alltsedan utbildning inte längre var en privat angelägenhet utan blev till för den stora massan. Frågan var då vad som var ”kunskap” i ett samhälle och inom olika ämnen, och vad som skulle föras vidare i undervisningen i skolan. En läroplan kan på så sätt sägas vara en spegling av det rådande samhället vid en viss tidpunkt då det som är viktigt för samhället är det som undervisas i skolan (Wahlström, 2015, s. 10–12).

Läroplanens struktur byggs i allmänhet upp genom att beskriva en plan för urvalet av kunskaper och förmågor, hur undervisningen organiseras och hur målen som beskriver elevernas grad av förståelse ska bedömas. Läroplanen ska ge svar på frågorna
vad? – vilket innehåll ska undervisas och hur väljs det ut,
hur? – hur ska innehållet organiseras,
när? – den ordning som materialet ska undervisas,
vem? – vem är det som kan undervisa i ämnet, och
mot vad? – tyngdpunkter och ideal i undervisningen (Wahlström, 2015, s. 74–75).
För Gy11 är den grundläggande konstruktionen för kursplanerna att den består av tre olika delar, syfte, centralt innehåll och kunskapskrav (Wahlström, 2015, s. 90).

I Sverige var läroplaner under folkskolans tid, slutet av 1800-talet och början av 1900-talet, mer inriktad på att eleverna skulle få undervisning i att visa vördnad för det egna landet och religionen. Senare under mitten av 1900-talet blev läroplanen istället inriktad på undervisning som skulle vara till nytta för individen och samhället, och individen sattes då i centrum. Under 1960- och 1970-talet ses läroplanen och undervisningen i skolan som ett medel för att skapa jämlikhet mellan människor. Demokrati, makt och inflytande diskuteras i större utsträckning (Wahlström, 2015, s. 25–30).

För undervisningen på gymnasiet har det funnits ett antal olika läroplaner, i vilka en ämnesplan i matematik har beskrivits. Den första läroplanen gavs ut 1965, innan den nya gymnasieskolan infördes i början av 1970-talet. I och med att gymnasieskolan infördes kom en ny läroplan för gymnasiet, Lgy70. Den fick tillägg och reviderades ett antal gånger men en ny officiell läroplan kom först 1994, Lpf94. Den senaste läroplanen kom 2011, kallad Lgy11, eller Gy11 (Nationellt Centrum för Matematikutbildning, 2019). Det är den senaste läroplanen som nu är på förslag att revideras från Skolverkets sida.

I undervisningen kan man också tala om olika versioner av läroplanen, den avsedda, den implementerade och den upplevda. Den avsedda läroplanen är det som skaparna avser att den ska innebära, den implementerade är hur lärarna tolkar och undervisar utifrån läroplanen, och den upplevda är vad eleverna faktiskt lär sig av läroplanen. Det är ofta som dessa tre versioner av läroplanen inte överensstämmer, vilket kan bero på en mängd olika saker. Till exempel om lärarnas åsikter vad gäller syn på ämne och undervisning skiljer sig från upphovsmakarna. Det är totalt sett en komplex process att göra ändringar i läroplaner, men en faktor som verkar positivt på att ändringen ska implementeras är om den tar hänsyn till vad lärarna har för inställning och övertygelser i undervisningen (Handal & Herrington, 2003, s. 60). Om inte lärares synpunkter och kommentarer tas i beaktande när läroplaner ändras är det mindre troligt att den kommer att få genomslag och bli långlivad. Det skillnader som syns i lärarens undervisning i det fallet är mest kosmetiska och läraren kommer inte att ha internaliserat läroplanens ändringar som sin egen inställning (Handal & Herrington, 2003, s. 62).

Skollagen är den övergripande lagen som reglerar skyldigheter och rättigheter för de barn och elever som undervisas i skolan, samt vårdnadshavare. Den beskriver också det ansvar som huvudmannen i skolan har (Skolverket, 2019e). Lagar är något som endast riksdagen kan besluta om genom att lagförslag lämnas in som det sedan sker en debatt, och sedan omröstning, om ifall den ska antagas. Utöver det finns det regler som regeringen kan bestämma ska gälla för Sverige utan att de ska gå genom riksdagen. En sådan regel kallas för förordning (Sveriges Riksdag, 2019a). Förordningar är underställda lagar.

Ämnesplanen i matematik är en del av förordningen SKOLFS 2010:261, som är förordningen om läroplanen för gymnasiegemensamma ämnen. Eftersom ämnesplanen i matematik är en förordning kan regeringen således ändra i ämnesplanen för matematik utan att först låta det gå på förslag genom riksdagen. Ämnesplanen är dock underställd skollagen som beslutar om vad som ska gälla för den svenska skolan och utbildningen.

2.3 Läroplansmodeller

Ninni Wahlström (2015) beskriver olika modeller för hur läroplaner kan vara orienterade. Den första är innehållsorienterade läroplaner, där tyngdpunkten ligger på det material som ska undervisas. Det finns uttryckliga anvisningar om vilket stoff det är som eleverna ska lära sig. Mål med undervisningen förekommer inte, då idén är att eleverna lär sig det stoff som undervisas. Mål behövs då inte i läroplanen. Wahlström klassar Lgr62, Lgr69 och Lgy70 som innehållsorienterade läroplaner i den svenska skolutvecklingen. Den andra typen är processorienterade läroplaner. De har inte som tyngdpunkt det material som ska undervisas utan på de lärandeprocesser som eleverna har. Läroplanen ska styra de lärandeprocesser som finns i undervisningen och ger kännetecken på när de uppnåtts. Det finns, istället för tydliga beskrivningar av undervisningens innehåll, beskrivningar av arbetssätt och redskap som utvecklar elevernas insikter och erfarenheter. Innehållet är sekundärt och hjälpmedel för att uppnå önskade processer. Till processorienterade läroplaner räknas Lgr80. En tredje modell som beskrivs är kompetensorienterade läroplaner. Eleverna ska genom undervisningen utveckla vissa kompetenser, generiska förmågor som exempelvis problemlösning eller bedömning. Dessa läroplaner kan vara utformade så att de styrs av mål eller resultat som ska uppnås. Läroplaner som är kompentensorienterade är Lpo94, Lpf94 och Lpfö98. Den sista modellen som Wahlström beskriver är resultatorienterade läroplaner. De är en kombination av de övriga modellerna, men specificerar vad eleverna ska lära sig genom bestämda nivåer som ska uppnås. Nivåerna kopplas ihop med kriterier för bedömning och betyg, och fokus hamnar då på läroplanens utfall och elevernas resultat. Lgr11 och Gy11 klassas som resultatorienterade läroplaner (Wahlström, 2015, s. 76–87).

Författarna Babadogan och Olkun (2006) beskriver tre olika modeller för läroplaner efter en undersökning av ändringar i läroplanen i matematik i Turkiet. En ämnescentrerad modell, som definieras som att läroplanen består av ämnesområden som ska läras ut. Läraren ses som en ämnesexpert, undervisning sker i klassrumsmiljö genom direkt undervisning, böcker och besvarande av frågor. Den andra modellen är lärandecentrerad, där läroplanen utgår från den lärandes behov och intressen. Läraren är mer som en vägvisare och kan undervisa genom olika typer av material, projekt och problemlösning. Den tredje modellen är problemcentrerad där fokus i läroplanen är att eleven genom sin utbildning kan lösa sociala och samhälleliga problem. Läraren är en socialt medveten person, ämnesspecialist och undervisar med olika typer av material, problemlösning och kooperativt lärande (Babadogan & Olkun, 2006, s. 2–3).

Andra läroplansmodeller som är mer inriktade på hur ämnet matematik framställs i läroplanen diskuteras av David Robitaille och Michael Dirks (1982). De resonerar kring att modellen för läroplanen i matematik kan se olika ut beroende på vilken syn man har på matematiken och vilken roll den ska spela i utbildningen och samhället. De tre modeller som de tar upp är modellerna ren matematik, applicerad matematik och grundläggande matematik. Ren matematik är en modell där matematik ses som en vetenskap om abstrakta strukturer och egenskaper, applicerad matematik är en modell där matematik studeras utifrån dess användning inom andra områden, och grundläggande matematik är en modell där matematik undervisas för att kunna användas i vardagliga sammanhang. Dessa är dock idealtyper och de flesta läroplaner är en blandning av modellerna (Dirks & Robitaille, 1982, s. 12). Modellerna liknar de som diskuteras av Babadogan och Olkun (2006), men det finns så pass distinkta skillnader att det kan vara av intresse att jämföra de båda versionerna av ämnesplanen utifrån Robitailles och Dirks modeller också.

2.4 Faktorer som påverkar ändringar i läroplaner

Ändringar i läroplanen för matematik sker ofta av olika anledningar, varav fem stycken poängteras av Gunnar Gjone (2001). Dock är det inte så att en av dessa anledningar ensam ligger till grund för ändringar av läroplanen utan det är ofta ett samspel mellan dessa olika faktorer som ligger till grund för att det sker ändringar eller revideringar i läroplanen. De fem faktorerna som poängteras är ekonomiska, politiska, samhälleliga, ämnesmässiga och pedagogiska.

De ekonomiska faktorerna leder till ändringar i läroplanen på så sätt att utbildning ses vara en viktig faktor för ekonomisk tillväxt. Exempelvis sedan skapandet av OECD har organisationen haft intresse av olika länders utbildningspolicy, därmed även matematik, och varit engagerad i ländernas reformarbete kring undervisningen. I USA har det också kommit utredningar om matematikkunskapens roll i utvecklingen av en stark ekonomi.

Politiska faktorer som ger ändringar i läroplanen är ofta då det sker ändringar i regeringar med avseende på politisk inriktning, exempelvis att socialistiska regeringar byts mot icke-socialistiska regeringar. Dessa har ofta olika åsikter om vad som är en bra form av utbildning och undervisning, och vill utifrån det reformera undervisningen i skolan.

Samhälleliga faktorer som leder till ändringar gäller hur skolan är anpassad till samhället i övrigt. I det fall skolan inte är i fas med de värderingar som finns i samhället vad gäller de matematiska kunskaper som är önskvärda för bildning och ekonomisk utveckling kommer det att leda till att utbildningen, och därmed även läroplanerna, ändras.

Ämnesmässiga och pedagogiska faktorer har i huvudsak att göra med hur läroplanen upplevs av lärarna och personal i skolan. Om läroplanen anses innehålla för mycket material i förhållande till den tid som ges för undervisning, om den kan leda till ojämlik utbildning beroende på undervisningsort, och om det är dålig progression mellan undervisning i olika stadier kan det leda till att läroplanen ändras för att den ska vara mer rättvis och möjlig att genomföra för dem som ska använda den i sitt yrke (Gjone, 2001, s. 94–97).

Andra faktorer som kan leda till ändringar i läroplanen diskuteras i artikeln skriven av Robitaille och Dirks (1982). De tar upp fyra olika faktorer som kan ge upphov till ändringar i läroplanen.

Den första faktorn som de tar upp är sociologiska faktorer. Denna liknar den politiska, samhälleliga och pedagogiska synen som Gjone (2001) diskuterar. Robitaille och Dirks (1982) beskriver det som att samhällets inställning, normer och det stöd som finns för ett visst ämne påverkar den grad som ämnet fokuseras på i läroplanen. De har som exempel att i USA på sjuttiotalet så blev matematik och naturvetenskap inte lika framträdande i läroplansutvecklingen då det omgivande samhället inte såg de ämnena som lika viktiga som tidigare. En annan del av sociologiska faktorer är hur väl lärarna och skolan tar emot en förändring i läroplanen, då det har en avgörande betydelse för den grad som ändringen implementeras.

En andra faktor som författarna tar upp är psykologiska faktorer. Med det menar de synen på hur barn och ungdomar tänker och lär sig olika saker, framförallt då matematik. Ett exempel som nämns är influenser från behavioristisk inlärning, eller Piagets teorier om barns utveckling. Dessa och liknande teorier påverkar hur läroplanen ser ut, och ändras synen på inlärning så kommer läroplanen också ändras.

Det tredje synsättet är pedagogiska faktorer. De talar då inte enbart om hur lärare och elever upplever ändringar i läroplaner men även lärarnas utbildningsnivå. Beroende på hur välutbildade lärarna är inom sina ämnen påverkar det i vilken grad en läroplan kan ändras. Är de inte kompetenta för att klara av ändringar i läroplanen är det inget som kan ske. En ytterligare aspekt av pedagogiska faktorer är externa prov eller tester. Dessa tester kan påverka vilken tyngd olika delar av läroplanen får och på så sätt påverka hur läroplanen ser ut.

Den sista faktorn som de diskuterar är tekniska faktorer, med vilket menas den teknologi som det finns att tillgå i undervisningen. Finns det tillgång till mycket teknologiska hjälpmedel inom ett ämne är det troligt att det kommer att påverka läroplanen förr eller senare (Dirks & Robitaille, 1982, s. 8–12).

2.5 Bakgrunden till Gy11

Inför införandet av den nuvarande läroplanen i gymnasiet gjordes en utredning, SOU 2008:27, som fick namnet *Framtidsvägen – en reformerad gymnasieskola* (Statens offentliga utredningar, 2008a, s. 9). I den utredningen föreslogs det att matematiken skulle delas upp i olika kurser för att bättre anpassa undervisningen i matematik för olika program i gymnasieskolan. Framförallt kursen matematik A fick en del kritik för att alltför mycket likna grundskolans matematik och den fungerade dåligt inom de yrkesinriktade programmen. Den nya kursen som föreslogs, matematik 1, skulle räcka för grundläggande behörighet till studier på högskola. Kurserna 2–5 skulle även de vara riktade till olika program där 2 och 3 skulle ha olika fokus beroende på program, medan 4 och 5 endast skulle finnas i en variant och vara avsedda för de som skulle studera naturvetenskap, teknik eller vidare matematikstudier. Innehållet i matematikkurserna skulle ses över och progressionen mellan grundskola och gymnasium skulle förbättras (Statens offentliga utredningar, 2008a, s. 352–355).

För ämnesplanernas utformning som helhet föreslogs en minskning i antalet mål jämfört med hur det tidigare sett ut. Istället för de olika typer av mål som fanns i dåvarande läroplanen, vilka var mål att uppnå och mål att sträva mot samt speciella mål för ämne och kurs, skulle det istället finnas mål som var specifika för ett visst ämne. Dessa skulle stå i en ämnesplan och i ämnesplanen skulle även de olika kursplanerna finnas beskrivna. Ämnesplanerna skulle vara uppbyggda enligt ämnets syfte, ämnets mål, centralt innehåll och betygskriterier för de olika kurserna (Statens offentliga utredningar, 2008a, s. 589–590).

I utredningen fanns dessutom en bilaga som speciellt handlade om läroplanutveckling inom matematiken (Statens offentliga utredningar, 2008b). Den gjordes av IKUM, Idégruppen för kursplaneutveckling i matematik, på uppdrag av gymnasieutredningen. Bilagan diskuterade främst vilka brister det funnits historiskt i läroplansutvecklingen i Sverige. I de första läroplanerna för gymnasiet som kom 1965 och 1970 var matematikämnet omfattande, med en hög nivå på matematiken som skulle undervisas i gymnasiet och detaljerade beskrivningar av de olika delmomenten som ingick i undervisningen. Det ingick även beskrivningar över hur man kunde lägga upp undervisningen av delmomenten. I läroplanen som kom 1994 var målen för matematiken mer allmänt uttryckta och det var till större del upp till det lokala styret hur målen skulle nås. Det var även minskad anpassning av matematiken i de olika programmen, matematiken som studerades inledningsvis skulle vara gemensam för alla. I bilagan fanns det också viss kritik mot progressionen mellan grundskola, gymnasium och högskola, där det beskrevs som att läroplanerna togs fram separat utan större diskussion mellan nivåerna. I bilagan diskuterades det också om att ändringarna i läroplaner skulle få resurser i form av tillräckligt med tid för att de som arbetade med förändringsarbetet skulle få möjlighet att arbeta igenom det, exempelvis kunna pröva ut målbeskrivningar på försök innan de skulle användas i hela systemet. Andra resurser som också behövs är kompetens för att skriva en läroplan som tar hänsyn till olika delar av matematiken. Det ska inte enbart vara ämnesexperter som ska vara delaktiga i att skriva, utan det behövs kontakt med företrädare för exempelvis de olika gymnasieprogrammen. Till sist behövs resurser i form av forskningsunderlag när läroplanen skrivs. Det för att kunna utreda vilka behov som finns för att förändra i läroplanen. Tanken från läroplanen 1994 med att alla skulle läsa gemensam matematik oavsett programinriktning genomfördes utan stöd i forskning. De avslutande kommentarerna i bilagan gällde två förutsättningar för att en ändring av en läroplan skulle kunna genomföras. Den första var ändringens genomförbarhet, det vill säga att den måste vara realistisk till omfattning och möjlighet att nå mål. Ändringen ska även spegla en generell attityd hos de som ska arbeta med läroplanen. Den andra förutsättningen var implementering, med vilket menades hur tydlig förändringen var, tillgång till kommentarmaterial och möjlighet till kompetensutveckling hos lärare (Statens offentliga utredningar, 2008b, s. 153–175).

2.6 Principles and Standards for School Mathematics

Organisationen *The National Counsil of Teachers of Mathematics, NCTM,* gav år 2000 ut en bok om matematikundervisning, *Principles and Standards* (National Council of Teachers of Mathematics, 2000). Den innehöll rekommendationer om vilka delar av matematiken som de ansåg att man skulle undervisa i skolan och med vilket fokus beroende på årskurs. Den har även förslag på förmågor som undervisningen ska sträva mot att lära eleverna. Boken har haft stort inflytande på matematikundervisning i Sverige enligt Skolverket, och följande är bokens idéer om en god matematikundervisning i skolan. En reservation är att i boken så ger NCTM rekommendationer för årskurs 9–12 tillsammans, vilket motsvarar årskurs 9 samt hela gymnasieskolan i det svenska systemet. De olika områden inom matematik som *Principles and Standards* berör är tal och procedurer (numbers and operations), algebra, geometri, mätningar, samt statistik och sannolikhet (data analysis and probability). De förmågor som berörs är problemlösning, resonemang och bevisföring, kommunikation, relevans (connections), och framställning (representation).

För tal och procedurer är det övergripande målet för hela skolgången att förstå tal, samband mellan tal och olika representationer av tal. Det ingår även att förstå procedurer och hur de relaterar till varandra, samt att kunna använda procedurer och göra uppskattningar. För årskurserna 9–12 specifikt ska eleverna lära sig om olika egenskaper hos tal och talsystem, och utvidga förståelsen om talområden till reella, rationella, och komplexa tal för att kunna lösa ekvationer av olika slag och kunna beräkna inom vilket talområde som lösningarna finns.

Eleverna ska även lära sig räkna med vektorer och matriser och få kunskap om egenskaper hos operationer. Dessa egenskaper kan vara att en operation är distributiv, associativ, och kommutativ. Eleverna ska lära sig om talteori, kombinatorik och permutationer samt metoder för beräkningar inom dessa områden. Elever ska även få en känsla för uppskattningar och kunna avgöra när en beräkning inte stämmer, samt en känsla för stora och små tal som kan användas inom andra naturvetenskapliga ämnen. Till sist ska elever kunna använda procedurer på ett generellt sätt hellre än i specifika fall och kunna argumentera kring procedurers användbarhet i olika situationer (National Council of Teachers of Mathematics, 2000, s. 290–294).

För algebra är det övergripande målen för skolgången att eleverna ska förstå relationer, funktioner och mönster, kunna representera och analysera matematiska situationer med algebraiska symboler, använda matematiska modeller för att kunna representera och analysera kvantitativa relationer, samt analysera förändringar i olika sammanhang. I årskurserna 9–12 ska eleverna lära sig om olika typer av funktioner som exempelvis polynomfunktioner, exponentialfunktioner, och logaritmfunktioner. Detta innefattar att få kunskap om deras egenskaper och kunna förstå vilken funktion som passar i vilken situation. Eleverna ska även kunna representera funktioner på olika sätt, grafiskt och med tabeller. Eleverna ska också med algebraiska symboler kunna representera olika situationer och argumentera varför det stämmer matematiskt. Exempel som benämns är att kunna representera ett geometriskt bevis för Pythagoras sats med algebraiska symboler och visa att det stämmer. Vidare ska eleverna kunna hantera algebraiska uttryck så till vida att de kan förenklas och skrivas i olika former. De ska även ha kännedom om sammansatta funktioner och lära sig om serier för att kunna beskriva verkliga företeelser i matematiska termer. Utifrån grafer och algebraiska uttryck ska de även kunna tolka hur ett förlopp ändras över tid och jämföra olika grafer med varandra och beskriva förhållande mellan dem (National Council of Teachers of Mathematics, 2000, s. 296–306).

I geometri är tanken för hela skolan att eleverna ska lära sig om två- och tredimensionella figurer och matematiska argument för relationer mellan dem, beskriva lägen i koordinatsystem med olika representationer, kunna applicera transformationer och med symmetri analysera matematiska situationer, samt använda geometriska modeller, visualisering och spatiala resonemang för att lösa problem. I årskurserna 9–12 ska eleverna lära sig att argumentera matematiskt utifrån definitioner, satser och kunna skapa bevis. Eleverna ska också lära sig om förhållanden mellan två- och tredimensionella objekt, deras egenskaper och lösa problem som innefattar dessa objekt. De ska lära sig om trigonometriska formler och egenskaper för att kunna lösa problem och i koordinatsystem använda både kartesiska, polära och sfäriska koodinater. Eleverna ska kunna använda till exempel matriser, vektorer, och koordinater för att beskriva och räkna på transformationer av geometriska objekt i ett koordinatsystem. Till sist ska eleverna kunna använda geometriska metoder i problemlösning, och lära sig om grafteori (National Council of Teachers of Mathematics, 2000, s. 308–318).

Inom området mätning ska eleverna genom skolgången lära sig mätsystem, enheter, och hur man mäter, samt kunna använda formler, verktyg och tekniker för att mäta olika objekt och företeelser. För årskurserna 9–12 ska eleverna kunna avgöra vad som är en lämplig enhet att mäta ett visst fenomen i och vilken noggrannhet som ska användas i beräkningar. Elever ska kunna formler för volym, area, omkrets för olika geometriska former. Elever ska även få kunskaper om mätfel och hur uppskattningar kan användas, och de ska kunna räkna med enheter för att se om beräkningar stämmer (National Council of Teachers of Mathematics, 2000, s. 320–323).

För området statistik och sannolikhet ska eleverna lära sig att formulera frågor som kan analyseras med data, och de ska kunna samla in, organisera och redovisa relevant data för att besvara frågeställningen. Vidare ska elever kunna välja lämpliga metoder för att beskriva data, kunna dra slutsatser och göra förutsägelser baserade på data, samt använda och förstå grundläggande koncept inom sannolikhet. För årskurserna 9–12 specifikt ska elever genom undervisningen kunna förstå och använda olika statistiska diagram för att beskriva data så som histogram, låddiagram, och punktdiagram. De ska kunna analysera frågeställningar utifrån vilken population som tillfrågats, vilka slutsatser som kan dras utifrån insamlade datamängden, och vilken typ av diagram eller funktion som är lämplig att använda för redovisning av svar. Elever ska även känna till data som beror av både en och två variabler, kunna begrepp som parameter, felmarginaler och statistika, och hur lägesmått ändras vid exempelvis multiplicering med en faktor. Eleverna ska även kunna läsa rapporter och undersökningar och beskriva om slutsatser är rimliga, använda simuleringar för att undersöka variationer i tillfrågade populationer och förstå hur statistiska metoder används för att undersöka miljön på en arbetsplats. Inom sannolikhet ska eleverna lära sig om beroende och oberoende händelser, sammansatta händelser, och kunna räkna med dessa. De ska också lära sig om utfallsrum och sannolikhetsfördelning, kunna skapa exempel med olika utfallsrum och sannolikhetsfördelningar och göra simuleringar med dessa. Eleverna ska även kunna utföra beräkningar på förväntade värden i slumpmässiga försök ur enkla exempel (National Council of Teachers of Mathematics, 2000, s. 324–333).

Inom problemlösning ska eleverna genom skolgången tillägna sig nya matematiska kunskaper genom problemlösning, kunna lösa problem som uppstår inom verkliga och matematiska situationer, kunna applicera och anpassa strategier för att lösa problem, och kunna övervaka och reflektera kring sin metod för problemlösning. Under årskurserna 9–12 ska läroplanen byggas upp så att eleverna möter problem som de har verktyg att lösa, eller så att de får öva sig i hur de ska leta fram nödvändig information så att de kan lösa problemet. Eleverna ska i dessa årskurser kunna avgöra, och kommunicera, när de har nått en lösning. Eleverna ska i undervisningen få matematiska kunskaper och strategier som de kan använda för att lösa problem, de ska lära sig övervaka sina egna processer när de löser ett problem och avgöra när de måste byta metod. För läraren måste undervisningen i dessa årskurser ta till vara på de möjligheter till diskussioner om problemlösning som uppstår i klassrummet, och de måste avgöra vilka svar som kan användas och inte (National Council of Teachers of Mathematics, 2000, s. 334–341).

För resonemang och bevisföring i undervisningen ska eleverna få kunskaper om resonemang och bevisföring som en del av matematiken. De ska också kunna undersöka och göra antaganden, utveckla och utvärdera matematiska argument och bevis, samt kunna använda olika typer av resonemang och matematiska bevis. I årskurs 9–12 ska eleverna få kunskaper om induktionsbevis, motsatsbevis, och kunna föra resonemang med hjälp av algebraiska symboler eller statistiska argument. Elever ska kunna vara beredda att redovisa och förklara sina slutsatser, och samtidigt undersöka andra resonemang för att utöka sina matematiska kunskaper. Läraren måste utveckla ett klassrumsklimat där diskussioner och frågeställningar är välkomna. De måste också förklara för eleverna vilka grunder som matematiska formler och idéer vilar på, och i diskussioner poängtera att det är matematiska idéer som är under granskning och inte eleverna själva (National Council of Teachers of Mathematics, 2000, s. 342–346).

I kommunikation ska eleverna genom skolgången lära sig att kommunicera sina tankegångar klart och tydligt till andra elever, lärare och övriga personer. Eleverna ska genom kommunikation kunna förklara och tydliggöra sina tankegångar. De ska också kunna bedöma andras kommunikation, och använda matematiskt språk på ett bra sätt. För årskurserna 9–12 är det högre krav på att eleverna använder ett korrekt matematiskt språk, vare sig det är med geometriska figurer, algebra, diagram, eller annat. De ska kunna framföra sina tankegångar och resonemang på så sätt att andra elever, lärare och yrkespersoner inom matematiska områden klart och tydligt kan följa med i språket. Läraren ska genom sina frågor hjälpa eleverna att förtydliga sina idéer och skapa ett klimat i klassrummet där det känns säkert för eleverna att ställa frågor och komma med förklaringar och antaganden. Läraren kan också genom val av uppgifter låta eleverna öva sig i att kommunicera matematiska idéer både muntligt och skriftligt (National Council of Teachers of Mathematics, 2000, s. 348–352).

Inom området relevans ska eleverna i skolan känna igen och använda kopplingar mellan olika matematiska idéer, känna till hur matematiska teorier bygger på varandra och skapar en helhet, och känna igen matematik i andra sammanhang utanför klassrummet. För elever som går årskurs 9–12 ska de få en djupare förståelse för matematiska teorier och se hur en matematisk teori i ett sammanhang kan bevisa eller motbevisa en teori i ett annat sammanhang. De ska också få en bättre förståelse för att olika metoder för att lösa ett problem kan ge samma resultat i slutändan. Inom detta område har läraren en stor roll i att välja ut problem som integrerar flera olika områden med matematiken och kan plocka ut kärnan ur matematiska teorier för att kunna användas i olika områden (National Council of Teachers of Mathematics, 2000, s. 354–359).

Inom framställning ska eleverna kunna använda olika representationer av matematik för att kunna beskriva matematiska teorier, välja, använda och tolka olika matematiska framställningar för att lösa problem, och använda framställningar för att skapa modeller över fenomen inom olika områden. I årskurserna 9–12 ska elever kunna flera olika framställningar av matematiska teorier och kunna växla mellan dem. De ska också kunna skapa och tolka mer komplexa matematiska modeller som beskriver fenomen och se samband mellan dem. Dessa modeller kan skapas med eller utan digitala verktyg. Lärarens roll i undervisningen är att använda olika matematiska representationer och framställningar för att elever ska bli vana vid att använda dem, gärna av samma fenomen för att visa på olika perspektiv på samma sak. Läraren ska också sträva efter att visa på samband mellan elevers uppfattningar om en händelse med en matematisk beskrivning (National Council of Teachers of Mathematics, 2000, s. 360–364).

2.7 Förmågorna i ämnesplanen

De bakomliggande orsakerna till att förmågor introducerades i Gy11 är enligt Anette Jahnke (2016) i huvudsak tre. Den första orsaken är matematikdidaktik. Förmågorna har som syfte att eleverna ska lära sig matematik bättre, och de ska peka på olika sätt att tillägna sig matematiska kunskaper. Den andra orsaken är att med hjälp av förmågorna på ett tydligare sätt i kursplanen beskriva vad det innebär att kunna matematik och vad undervisningen går ut på. Förmågorna är ett sätt att beskriva stegring i matematisk förmåga utan att det skulle bli en lista av begrepp eller metoder som eleverna skulle behärska för ett visst betygssteg. Den tredje orsaken är att det var en spegling av den dåvarande kunskapssynen. Att beskriva matematiskt kunnande genom förmågor var ett sätt att inte knyta an kunskap till ett visst stoff eftersom det stoff som räknas som viktigt kunde variera med tid och geografisk plats. Istället skulle förmågorna beskriva ett allt mer förfinat sätt att kunna matematiken (Jahnke, 2016, s. 38–45).

De olika förmågorna som introducerades i Gy11 är sju stycken och Jahnke (2016) definierar dem på följande vis.

- Begrepp: Definitionen som Jahnke ger är hämtad från Platon, och begrepp innefattar tre saker, benämning, definition och representation. Det vill säga, det måste finnas ett ord för begreppet, en benämning, som ska fyllas med en definition som är begriplig och man kan helst skapa sig en mental bild av den. Till sist ska representationen finnas för att man kan uttrycka begreppet, men representationen behöver inte vara stabil utan den kan ändras. Begreppsförmågan har även den tre aspekter. Först handlar det om att kunna representera ett begrepp på flera olika sätt. Sen handlar det om att man kan se och använda samband mellan begrepp, exempelvis kan en triangel beskrivas av begreppen vinkel, vinkelsumma och grader. Alltså att en triangel är en figur med egenskapen att vinkelsumman alltid är 180°. Till sist innefattar begreppsförmågan att man kan använda begreppen för att lösa problem som man stöter på i den praktik man befinner sig i (Jahnke, 2016, s. 51–59).

- Kommunikation: Kommunikationsförmågan innefattar två delar enligt den beskrivning som ges av Jahnke. Dels innefattar den förmågan att själv kunna kommunicera sina tankegångar i skrift, tal, eller handling. Den andra aspekten är att man kan tolka andras kommunikation i form av handling, tal eller skrift. I korta ordalag handlar det om att kunna det matematiska språket som finns i undervisningssituationen (Jahnke, 2016, s. 50–61).

- Resonemang: Resonemang definieras som det som länkar samman olika påståenden. Resonemang är del i skapandet av till exempelvis gissningar, prövningar, och ifrågasättanden. Resonemangsförmågan handlar först om att kunna föra ett resonemang, till exempel binda ihop påståenden till ett bevis. En andra del av resonemangsförmågan är att kunna följa andras resonemang, att kunna tolka dem och delta i matematiska diskussioner. Den tredje delen är att man kan bedöma andras resonemang, om påståenden som de grundar sig på är riktiga och om resonemanget håller (Jahnke, 2016, s. 64–66).

- Procedur: En procedur beskrivs som en metod, regel, algoritm eller en serie handlingar som är välkänd (Jahnke, 2016, s. 67). Förmågan att hantera procedurer beskrivs som att man kan använda dem för att lösa uppgifter, samt att man vet i vilka lägen en viss procedur är möjlig att använda och varför (Jahnke, 2016, s. 70–71).

- Problem: Med problem avses uppgifter där det inte direkt är givet för eleven hur hen ska lösa den. Det är alltså ingen rutinuppgift där det finns en färdig metod för att lösa den (Jahnke, 2016, s. 67). Problemlösningsförmåga handlar om att hitta strategier för att lösa problem inom matematiken och andra sammanhang. Den utvecklas genom att man får erfarenhet av olika situationer och kan anpassa sina strategier. Det handlar om att utveckla en förtrogenhet med matematiken så att man vet hur man kan använda den i olika situationer (Jahnke, 2016, s. 72–75).

- Modellering: Modellering i detta sammanhang handlar om att formulera om en situation som ska undersökas i matematiska termer (Jahnke, 2016, s.67). Modelleringsförmågan består av två aspekter. Den ena aspekten handlar om att man kan tolka matematiska modeller och beskriva de fenomen som modellen beskriver. Den andra aspekten av modelleringsförmågan handlar istället om att eleven själv kan skapa matematiska modeller utifrån en situation. Dessutom är en del att också kunna se om modellen behöver justeras för att bättre passa med observationer i verkligheten (Jahnke, 2016, s. 77–78).

- Relevans: Denna förmåga handlar om att eleven övar i att relatera matematiken till samhället utanför klassrummet. Det kan också ses som ett förhållningssätt till matematiken där eleven upplever matematiken som nyttig att kunna i vardagslivet och samhället och ser när det är, och när det inte är, lämpligt att använda matematik (Jahnke, 2016, s. 78–81).

2.8 Kunskapssyner

Östman och Bråting (2019) beskriver i en artikel om olika typer av matematisk kunskap som har diskuterats inom didaktiken, där de framförallt fokuserar på relationen mellan procedural och konceptuell kunskap. Den procedurala kunskapen beskrivs som kunskap som innebär att man lärt sig formler och svar utantill och kan repetera dem vid problemlösning utan att egentligen behöva veta vad de betyder. Konceptuell kunskap å andra sidan handlar om att man förstår kopplingar mellan olika delar av matematiken som man studerar, man har kunskap om vad begreppen innebär, och på så sätt kan man komma fram till egna och nya metoder att lösa problem (Östman & Bråting, 2019, s. 5). De diskuterar också i sin artikel att de sätten att se på matematikkunskap är dåligt, att bägge två behövs, och att extremer åt något av hållen inte ger tillräckliga verktyg för att kunna lösa matematiska problem. Lär man sig till exempel bara algoritmer och lösningar utantill behöver man inte förstå matematiken på ett djupare plan, men om man bara resonerar sig fram till egna lösningar men saknar förmåga att beräkna det man kommer fram till ger det inte heller ett bra svar på problem (Östman & Bråting, 2019, s. 8–10). Författarna menar att denna uppdelning i matematisk kunskap har skadat matematikundervisningen, och de förespråkar istället vad de kallar för operationsförmåga (operational skill) som är en kombination av både konceptuell och procedural kunskap. Det vill säga, att repetera algoritmer och former kan vara ett sätt att lära sig kopplingar mellan olika matematiska områden men det viktigaste är att man lära sig matematik genom att arbeta med den, efter Deweys citat ”Learning by doing” (Östman & Bråting, 2019, s. 10–11).

I *Skola för bildning* som gavs ut av läroplanskommittén som förberedelsearbete inför införandet av läroplanerna 1994 (Skolverket, 2002) ges en annan bild av hur kunskap inom skolan ska tolkas. Författarna till texten lyfter först fram tre aspekter av kunskap. Den första är kunskap som ett sätt att förstå världen. Kunskap utvecklas vid användning av det som man vet, det man vill uppnå och de problem som man möter. Detta benämner de som den konstruktiva aspekten av kunskap. Den andra är den tysta kunskapen, den som är beroende av ett sammanhang för att bli begriplig och som benämns som den kontextuella aspekten. Till sist kan kunskap användas som ett redskap och benämns den funktionella aspekten av kunskap (Skolverket, 2002, s. 26).

Skola för bildning (Skolverket, 2002) beskriver även olika former av kunskap i sin text eftersom det kan finnas kunskaper av olika slag. De olika formerna som beskrivs är fakta, förståelse, färdighet och förtrogenhet. Kunskapsformerna samspelar med varandra, men uppdelningen finns eftersom det är svårt att definiera kunskap på ett generellt sätt.

- Faktakunskap menas med att man vet hur något förhåller sig. Man har kunskap om regler, konventioner och information. Faktakunskaper är en kvantitativ form då man kan mäta den som något man har eller inte har, man kan ha mer eller mindre faktakunskap om något område. Faktakunskaper gör ingen skillnad på ytlig eller djup förståelse, man har information om hur något är.
- Förståelse som kunskapsform är av mer kvalitativ art. Vi kan ha förståelse för ett och samma fenomen på olika sätt, och det kan inte beskrivas som att vi förstår mer eller mindre. Förståelse kan även förklaras som att man får kunskap om det gemensamma, kollektiva språket som beskriver ett fenomen och kan på så sätt kommunicera med andra. Dessa kunskaper och begrepp kan internaliseras i de egna tankestrukturerna, och förståelse beskrivs då som mer eller mindre privat. Fakta och förståelse hör ihop så till vida att fakta ligger till grund för den förståelse vi kan uppnå. Dessutom avgör vår förståelse för ett fenomen de fakta som vi kan tillägna oss.
- Färdighet är en praktisk form av kunskap, och den exakta definitionen som ges i texten är att färdighet är ”ett mönster av motoriskt beteende utfört genom medveten ansträngning mot ett mål, som är väl känt av utföraren, även som det inte går att uttrycka i ord”. (Skolverket, 2002, s. 33). Färdighet kan ses som praktisk motsvarighet till förståelse.
- Förtrogenhet är en osynlig form av kunskap till skillnad från fakta, förståelse och färdigheter. Förtrogenhet liknar den kontextuella aspekten av kunskapen, att man vet vilka regler som kan appliceras i en given situation och kan handla utifrån det. Förtrogenhet som kunskapsform hör ihop med upplevelser genom våra sinnen, man känner och ”vet” när något är på väg att hända, ska börja eller avbrytas. Förtrogenhetskunskapen utvecklas genom att ta del i olika situationer, och genom erfarenheten se likheter, olikheter och göra bedömningar (Skolverket, 2002, s. 31–34).

2.9 Förståelse

Vad exakt matematisk förståelse är kan vara en komplex fråga. Anne Watson (2002) beskriver det som att det finns olika typer av förståelse. En typ av förståelse kan vara att man kan använda ett visst begrepp eller en procedur i en given situation utifrån att man har lärt sig när man ska använda den. Denna typ av förståelse kräver inte har man vet exakt varför det fungerar utan man vet att det fungerar givet vissa förutsättningar. En annan typ av förståelse är att man vet hur det fungerar, att man vet varför en viss algoritm fungerar i en given situation. (Watson, 2002, s. 1–3) Ytterligare in typ av förståelse beskrivs också som att man kan finna kopplingar mellan det aktuella ämnet, i detta fall matematik, och var det finns i andra sammanhang utanför klassrummet. (Watson, 2002, s. 6) En fjärde typ av förståelse som beskrivs i artikeln är förståelse som att man lyckas övervinna ett hinder i matematik. Exempel på det skulle vara att man kan rätta till sina misstag, eller inse varför det är fel att dra generella slutsatser från för lite data, med mera (Watson, 2002, s. 6–7).

Olika sätt att tolka matematisk förståelse diskuteras även i en artikel av Cai och Ding (2015) utifrån erfarenheter hos lärare i Kina. Lärarna fick svara på vad de ansåg vara matematisk förståelse, hur man skulle undervisa så att eleverna uppnådde denna förståelse, samt ge exempel på när eleverna uppnått förståelse (Cai & Ding, 2015, s.10). Lärarna diskuterade matematisk förståelse som i huvudsak tre olika kategorier. Den första var att matematisk förståelse innebar att kunna införskaffa ny kunskap baserat på den redan existerande. Med det menades att kunna göra kopplingar mellan gammal och ny kunskap och internalisera kunskapen i ett befintligt nätverk, samt kunna göra kopplingar mellan relaterade begrepp. Den andra typen av matematisk förståelse innebar att eleverna kunde förstå ett begrepp på djupet och göra kopplingar där emellan. Med det menades att eleverna förstår bakgrunden till begreppen och varför de kan användas i olika lägen. Lärarna ansåg också att om eleverna skulle förstå ett begrepp på djupet så innebar det att eleven kunde skapa egna exempel utifrån begreppet och förklara och utveckla begreppet med egna ord. Att bara repetera en definition ansågs inte som förståelse. Den tredje typen av matematisk förståelse som diskuterades var en förståelse bortom begreppen. Med det menades att eleverna kunde använda begreppen för att lösa problem, och eleverna kunde också förklara varför begreppet gick att använda i den givna situationen (Cai & Ding, 2015, s. 12–13).

Redskapen som lärarna använde för att dessa typer av förståelse skulle uppnås hos eleverna delades i artikeln in i fyra olika metoder. Det första, övergripande, sättet var att låta eleverna undersöka kunskapen på egen hand, att använda en självguidande undersökningsmetod. Det innefattade också att bygga på elevernas redan existerande kunskaper när man introducerade något nytt, samt att utveckla elevernas resonemangsförmåga genom problemlösning. Det andra sättet var att använda konkreta, verkliga representationer av begrepp och successivt göra det mer abstrakt. Den tredje metoden var genom elevernas förklaringar, man skulle låta eleverna kommunicera sina svar och ge nödvändig hjälp för att eleverna skulle få fram sina lösningar. Det sista sättet var genom analogt resonerande, där man använde exempel som man kunde bygga vidare på. Det kunde också innefatta att använda jämförelser och kontraster för att analysera begrepp (Cai & Ding, 2015, s. 13–15).

3. Metod

3.1 Arbetssätt

Den metod som används i denna uppsats är en jämförelse av olika texter, de olika versionerna av ämnesplanerna i matematik. Materialet som undersöks utgår inte från data som är mätbar i den mening att de texter som analyseras kan få ett siffervärde och föras in i en statistisk tabell. Istället är avsikten att analysera texterna djupare och jämföra med forskningsartiklar. Tanken är att genom undersökning och jämförelse av de bägge versionerna av ämnesplanen få en form av helhetsförståelse av förhållandet mellan de olika ämnesplanerna. Egenskaperna i texterna som undersöks är av kvalitativ natur och undersökningsmetoden är då av kvalitativ art (Larsen, 2009, s. 22).

Arbetssättet i uppsatsen är i huvudsak dokumentanalys, där dokument definieras som skriftliga källor som är relevanta för denna uppsats och som inte är skapade av författaren själv. Vi dokumentanalys av stora mängder av dokument så är det viktigt att man hittar någon form av metod för att klassificera dem. Man kan titta på författare, tilltänkt publik, syfte med texten, innehåll, kontext, retoriska grepp så som ordval, med mera. Syftet med dokumentanalys är att försöka ge en så objektiv beskrivning som möjligt av innehållet i texten (Christoffersen & Johannessen, 2015, s. 97–100). I uppsatsen kommer de olika versionerna av ämnesplanen att jämföras avsnitt för avsnitt och undersöka vad som skiljer dem åt i formulering och uppbyggnad, och vad som är likadant. De jämförelser som har gjorts står att finna i sin helhet i appendix A, B och C.

Eftersom de ämnesplaner som jämförs endast är två till antalet blir inte klassificeringen av dokumenten det viktiga. Istället blir det intressantare att titta på innehållet i dokumenten och då framförallt vilka formuleringar som används i de olika versionerna. Den form av dokumentanalys som därför är aktuell blir då diskursanalys, där denna beskrivs som att man analyserar texter utifrån hur de påverkar människors handlingsmöjligheter. Diskurser i det här sammanhanget är de begrepp, formuleringar och frågeställningar som finns uttryckta i språket och som beskriver vad som finns att säga inom ett ämne. Diskurser blir då ett sätt att beskriva verkligheten (Christoffersen & Johannessen, 2015, s. 102). De diskurser som är intressanta i denna uppsats är de formuleringar som finns i nuvarande ämnesplan och förslaget till en reviderad ämnesplan, på vilket sätt de förmedlar vilka idéer och handlingar som ska användas i skolan. Framförallt gäller det formuleringar i texten som syftar till att uppnå det mål som Skolverket sagt att man vill uppnå med revideringen vad gäller betoning av fakta och förståelse. De båda versionerna av ämnesplanen kommer även att jämföras med det som står att finna i forskning som berör ämnesplaner, och det som Skolverket säger att de vill uppnå med revideringen. I läsning av forskning blir diskursanalys också en del av metoden då det gäller att jämföra de formuleringar som finns i forskningsartiklarna om ett visst ämne och jämföra det med hur det framställs i ämnesplanerna.

Ämnesplanerna som analyseras i uppsatsen är hämtade från Skolverkets hemsida. Den nuvarande versionen är hämtad från sidan där ämnet matematik beskrivs (Skolverket, 2019d), och förslaget till den reviderade ämnesplanen är hämtad från den sida där Skolverket beskriver hur det arbetar med att revidera kurs- och ämnesplanerna (Skolverket, 2019a). Vidare är material som anger vad lärare svarat på Skolverkets enkät om nuvarande ämnesplanen under förberedelsearbetet hämtat direkt från Skolverket efter mailkonversation. Övriga forskningsartiklar som ligger till grund för jämförelse och analys av de bägge versionerna är hämtade med hjälp av sökningar med sökmotorer för forskningsartiklar så som Google Scholar, Diva portal, samt Uppsala universitetsbibliotek. De fraser som har använts för att hitta artiklar är exempelvis ”mathematical understanding”, och ”curriculum change”. Engelska uttryck har använts för att öka antalet möjliga träffar och undersöka vad som står skrivet om andra utbildningssystem än det svenska. Motsvarande sökningar har även gjorts på svenska för att leta bland den forskning som finns i svenska sammanhang. I den mån artiklar är hämtade från Google Scholar har urvalet skett genom att artiklar som är relevanta för analysen, och som har relativt många citeringar, använts.

Vid dokumentanalys måste hänsyn tas till när källan som använts är skriven (Christoffersen & Johannessen, 2015, s. 98), och med det i åtanke har de använda forskningsartiklarna lästs igenom för att se att de, ifall de är äldre, fortfarande är relevanta efter att utbildningsystemet ändrats. I det fall de är skrivna i kontexten av ett annat utbildningssystem än det svenska har de endast använts om det går att dra paralleller till den egna frågeställningen och utbildningssystemet. För de huvudsakliga dokumenten, ämnesplanerna, är källan Skolverket själv.

Tillsammans med den kvalitativa innehållsanalysen av texterna kommer analys av ämnesplanerna att ske utifrån idé- och ideologianalys. Idé definieras här som en tankekonstruktion om hur någonting är, på vilket sätt det förhåller sig i samhället. Det kan till exempel vara värdeomdömen som beskriver idéer om människors preferenser inom estetik eller i vilka fall våld är berättigat. Idéer kan också vara handlingsföreskrifter, som beskriver de idéer om vad som är lämpliga metoder för att nå ett visst mål. Ideologi beskrivs som en uppsättning idéer inom ett visst område (Bergström & Svärd, 2018, s. 133–135). Användningen av idéanalys kan vara att granska hur väl ett dokument eller en text är konsekvent i förhållande till de underliggande idéerna som texten baseras på. En annan användning är att analysera på vilket sätt som idéerna påverkar samhällsutvecklingen. Idéanalys kan kompletteras av kvalitativ innehållsanalys av texter (Bergström & Svärd, 2018, s. 138–139).

Den typ av idéanalys som kommer att användas i denna uppsats är beskrivande idéanalys. Inom den formen av idéanalys söker man svar på frågor som vilka idéer som uttrycks i en text eller om det skett någon förändring av idéer historiskt sätt. I analysen försöker man också göra jämförelser av idéer vid en viss tidpunkt, uttala sig om materialet i fråga säger något som inte uttryckligen står i texten, försvara eller kritisera en viss tolkning av en text, eller tolka materialet på nytt. I beskrivande idéanalys är det viktigt att vara tydlig med vilka ambitioner man har i undersökningen eftersom trovärdigheten kan variera beroende på hur systematiskt analysen är utförd (Bergström & Svärd, 2018, s. 140–141).

Metoden som kommer att användas inom idéanalysen är att utifrån forskning och texter om exempelvis förståelse eller modeller som rör läroplaner skapa kriterier utifrån texterna som de olika ämnesplanerna i matematik sedan kan jämföras med. En sådan kategorisering av idéer kallas för idealtyp. Idealtypen är inte nödvändigtvis en exakt återspegling av hur verkligheten ser ut, utan den kan visa på vissa egenskaper hos en idé som materialet som ska analyseras sedan jämförs med. Idealtypen behöver inte heller vara den rätta tolkningen av ett fenomen, eller en generell beskrivning av fenomenet. Idealtypen påvisar vissa egenskaper som kan vara viktiga ur ett visst perspektiv. Utifrån idealtypen kan sedan en jämförelse göras av ämnesplanerna och se hur nära eller långt ifrån idealtypen som de ligger. Flera olika idealtyper inom olika områden kan sedan användas i analysen (Bergström & Svärd, 2018, s. 147–149).

Analysen i uppsatsen kommer att i forskningsartiklar och böcker studera de diskurser och idéer som beskrivs. Från dessa skapas idealtyper som ämnesplanerna sedan jämförs mot, för att kunna besvara uppsatsens frågeställningar.

3.2 Validitet och reliabilitet

Validitet beskrivs som hur giltigt och relevant det insamlade materialet är för att besvara frågeställningen som man vill undersöka. Reliabilitet å andra sidan handlar om hur tillförlitlig materialet är, hur noggrant och exakt som materialet samlas in och på vilket sätt (Christoffersen & Johannessen, 2015, s. 21–22). I denna undersökning anses det insamlade materialet ha hög validitet. Främst för att de huvudsakliga texterna som analyseras kommer direkt från Skolverkets hemsida, samt att de enkätsvar från lärarna som används i resultat och diskussion också kommer direkt från Skolverket. Validiteten för forskningsartiklarna är också relativt hög eftersom de är valda med hjälp av sökmotorer för forskningsartiklar. De artiklar som använts är valda för att de relaterar till den frågeställning som jag valt att undersöka. Artiklar som hämtats från Google Scholar har citerats av andra forskare i relativt hög grad, vilket anses vara ett mått på att de är valida. Vad gäller reliabiliteten för denna undersökning så är det praktiskt taget omöjligt att få en helt objektiv och heltäckande analys av de bägge läroplanerna. Det på grund av att i läroplanerna och Skolverkets konsekvensanalys saknas explicita referenser till forskning som ligger till grund för hur de valt att formulera och strukturera upp förslaget till den reviderade läroplanen, vilket får till följd att de forskningsartiklar som ligger till grund för de analyserna som görs inte nödvändigtvis stämmer överens med det som Skolverket arbetat utifrån.

4. Resultat

4.1 Skolverkets idé med revideringen

Skolverket genomförde en behovsinventering inför översynen av kursplaner, kunskapskrav och ämnesplaner under åren 2017–2018. Resultatet ledde till att en översyn av många kursplaner och ämnesplaner på olika nivåer av skolan genomfördes, däribland ämnet matematik på gymnasial nivå. På gymnasial nivå hade det dessutom kommit upprepade signaler om att en översyn av ämnesplanen i matematik behövdes (Skolverket, 2019c, s. 3). Riktlinjerna för revideringsarbetet av kurs- och ämnesplanerna i de olika ämnena och nivåerna var enligt Skolverket att (Skolverket, 2019c, s. 6):

- Fakta och förståelse skulle betonas i högre utsträckning i kunskapsuttrycken. För matematiken innebar det att nuvarande mål lämnades intakta på gymnasial nivå då de ansågs betona fakta och förståelse i tillräckligt hög grad (Skolverket, 2019c, s. 8). Den övergripande idén var att undvika uttryck som ”förmåga att” då det kunde anses lägga vikten på mer analytiska förmågor istället för fakta och förståelse, och uttrycket ”kunskaper om” var att föredra (Skolverket, 2019c, s. 3–4).
- Centrala innehållet skulle anpassas vad gällde omfattning, konkretionsgrad och progression. För matematiken innebar det att framförallt se över innehållet i kurserna matematik 1 och matematik 4 då de kurserna var föremål för stoffträngsel. Vissa områden ska flyttas mellan kurser och progressionen mellan kurserna ses över (Skolverket, 2019c, s. 10–11).
- Kunskapskraven skulle ses över vad gällde omfattning, detaljeringsgrad och ämnesanpassning. För matematiken innebar det en förändring från grunden för att göra dem mer användbara. Bland annat genom att göra dem kortare, och enklare att använda i praktiken (Skolverket, 2019c, s. 12).

4.2 Huvudsakliga ändringar i förslaget till den reviderade ämnesplanen jämfört med den nuvarande versionen

(Se appendix A, B, och C för fullständiga tabeller av jämförelser mellan de olika versionerna av ämnesplanen.)

Beskrivning, syfte och mål:
I inledningen av ämnesplanerna är formuleringen i beskrivningen av ämnet matematik i de olika versionerna identisk. I syftesdelen med undervisningen i matematik finns det en skillnad i formuleringen om hur matematiken ska relateras till omvärlden. I den nuvarande versionen är det formulerat som att elever ska utveckla ”förmåga att” sätta in matematiken i olika sammanhang, medan i förslaget till reviderad ämnesplan är det formulerat som att eleverna utvecklar ”kunskaper om” matematikens roll inom olika ämnen och sammanhang. Kunskapsmålet där eleverna ska relatera matematiken till omvärlden och andra ämnen är helt borttaget i förslaget till en reviderad ämnesplan. Övriga kunskapsmål är kortare beskrivna och omformulerade.

Centralt innehåll:

Matematik 1: Generellt för de olika kurserna i matematik 1 är geometrin nedtonad, främst i matematik 1b och 1c när förslaget till revidering jämförs med nuvarande ämnesplan. De moment som då är borttagna är matematisk argumentation och begreppen definition, sats och bevis samt exempel på dessa, som Pythagoras sats. Det är mer fokus på funktioner i matematik 1 i revideringen, vilket märks tydligast i matematik 1a som inte innehåller lika mycket funktionslära som 1b och 1c i nuvarande ämnesplan. I alla tre kurser är momentet om fördjupning av begreppet procent, promille och ppm borttagna i den föreslagna revideringen.

Matematik 2: Generellt inte lika mycket fokus på funktionslära i förslaget till revidering. Det är även tillagt delar i kurserna om de matematiska begreppen definition, sats och bevis, dock utan applicering i exempel. Begreppen implikation och ekvivalens är tillagda i kurserna 2b och 2c i förslaget till reviderad ämnesplan, men utan användning i matematisk argumentation. Även i matematik 2a är det området omformulerat så att användningen av implikation och ekvivalens i matematisk argumentation reduceras till att enbart undervisa om begreppen. Utvidgningen av talområdet med komplexa tal är borttagna från matematik 2b och 2c.

Matematik 3: Kurserna är i stort sett oförändrade. Det är lite mindre fokus på samband mellan derivatan av en funktion och funktionens graf i förslaget till en reviderad ämnesplan.

Matematik 4: I förslaget till reviderad ämnesplan introduceras imaginära enheten och de komplexa talen i denna kurs. Differentialekvationer är borttagna ur kursen i förslaget till reviderad ämnesplan, liksom bevismetoder inom matematiken. Integraler för trigonometriska funktioner är tillagt i förslaget till revideringen.

Matematik 5: I förslaget till reviderad ämnesplan introduceras begreppet differentialekvation först i denna kurs. Grafteori är borttaget och tal uttryckta i andra talbaser är tillagt i förslaget till reviderad ämnesplan.

Matematik Specialisering: Specialiseringskursens centrala innehåll är i stort sett detsamma. Enda skillnaden är att fler exempel på matematiska områden är tillagda i förslaget till reviderad ämnesplan samt att det är borttaget att undervisa om exempel från matematikens kulturhistoria.

Kunskapskrav:
I den nuvarande versionen är kunskapskraven skrivna som en mer sammanhållen text och det är inte helt uppdelat efter de olika kunskapsmålen (Skolverket, 2019d). I förslaget till reviderad ämnesplan är kunskapskraven uppdelade med ett stycke för varje kunskapskrav som relaterar till målet (Skolverket, 2019a). Det finns inte längre separata kunskapskrav för kursen matematik 1a i förslaget till reviderad ämnesplan. Kunskapskraven i förslaget till reviderad ämnesplan är även mer koncist beskrivna med vissa omformuleringar. De värdeord som används vid stegring av betygsgrader har också bytts ut i förslaget till reviderad ämnesplan. Antalet värdeord i de olika kunskapsmålen har dessutom blivit färre i de flesta fallen. Även kunskapskravet om att eleverna ska visa på matematikens relevans inom olika områden i samhället för att uppnå ett visst betyg är borttaget i förslaget till revidering.

4.3 Lärares kommentarer

Lärare fick under Skolverkets förberedelsearbete under åren 2017–2018 ge kommentarer på den nuvarande versionen av ämnesplanen i matematik (Skolverket, 2018). Dessa ledde sedan fram till arbetet med revideringen under 2018. För att se en mer utförlig beskrivning av Skolverkets sammanställning av lärarnas kommentarer, se appendix D. De områden som fick flest kommentarer enligt Skolverkets sammanställning var följande:

Lärarna önskade att undervisningen i matematik skulle avslutas med ett ämnesbetyg istället för kursbetyg som det ser ut just nu. En typisk kommentar var att ämnesbetyg skulle ge en bättre helhet och kunna förbättra progressionen.

Lärarna kommenterade också att kunskapskraven var otydliga. Den generella uppfattningen här var att de var svårtolkade och inte konkreta. Även relevansförmågan bland kunskapskraven fick en hel del kommentarer från lärarna, speciellt att den var svår att undervisa om.

Stoffträngsel var det även en hel del lärare som hade synpunkter på. Det gällde framförallt kurserna matematik 1 och 4 och problemet var att lärarna inte kunde undervisa om allt material så som de ville på grund av tidsbrist.

5. Diskussion

5.1 Ändring i läroplansmodell

Tittar man på den nuvarande versionen och förslaget till en reviderad ämnesplanen utifrån modellerna som diskuteras i artikeln av Babadogan och Olkun (2006), finns det vissa skillnader som gör att de bägge versionerna passar inom de beskrivna modellerna i olika hög grad. Läser man exempelvis syftesbeskrivningen i de båda versionerna (appendix A) så används begreppet ”utvecklar förmåga att…” i den nuvarande ämnesplanen medan i förslaget till den reviderade används ”utvecklar kunskap om…” vad gäller matematikens roll i olika sammanhang. Utifrån det kan det tolkas som att den nuvarande ämnesplanen är mer lärandecentrerad då den fokuserar mer på den lärande och dennes förmågor i undervisningen. I förslaget till den reviderade är det istället mer betoning på att eleven ska få lära sig fakta om var matematiken finns i andra sammanhang, i och med ändringen i formuleringen. På så sätt är den mer ämnescentrerad då den fokuserar mer på ämnet matematik och att eleverna ska få kunskap om ämnets roll inom olika delar av omvärlden, men inte nödvändigtvis öva sig på att själva hitta kopplingen. Vidare går det att argumentera för att den nuvarande versionen är mer problemcentrerad än förslaget till den reviderade om man tittar på målbeskrivningen (appendix A). Där finns målet att eleven genom undervisningen ska relatera matematiken till andra sammanhang vad gäller historia, samhälle och yrkesliv, vilket inte återfinns som mål i förslaget till en reviderad ämnesplan. Det är alltså inget uttalat mål med undervisningen att eleven ska kunna sätta in matematiken i andra sammanhang och kunna se kopplingar med omvärlden i lika stor utsträckning i förslaget till en reviderad ämnesplan. Återigen är det mer fokus på att eleverna får kunskap om det faktum att matematiken finns i andra delar men inte att själva behöva argumentera för matematikens relevans i dessa delar. Då blir det än en gång så att i jämförelse tar förslaget till en reviderad ämnesplan ett steg mot att vara ämnesfokuserad istället för att vara problembaserad.

Även vid jämförelse av kunskapskraven (appendix B) kan man se skillnader i formulering som kan placera de olika versionerna mer eller mindre inom de olika beskrivna modellerna. I den nuvarande versionen så finns det ett stycke under begreppsförmågan om att eleverna ska kunna använda samband mellan begrepp för att lösa problem inom karaktärsämnen vilket inte finns i förslaget till revidering. Det kan då tolkas som mindre fokus på problemlösning och ett steg bort från problemcentrerad modell i förslaget till revidering. Istället är det mer fokus på själva ämnet och att eleverna ska kunna begreppen och samband mellan begreppen inom ämnet, och ämnesplanen blir då mer ämnesfokuserad i den föreslagna revideringen. Det går också att argumentera för att den förslagna revideringen leder till en mer ämnesfokuserad ämnesplan om man tittar på modelleringsförmågan. I den nuvarande versionen så är formuleringen sådan att eleverna ska kunna tolka om realistiska problem till en matematisk formulering medan i den föreslagna revideringen så står det enbart att problem av olika svårighetsgrad ska omtolkas till matematiska modeller. Även om det med största sannolikhet fortfarande kommer användas realistiska problem om den föreslagna revideringen antas av regeringen, så är det enligt formuleringen inget fokus på detta. Fokus ligger istället på elevens förmåga att omtolka ett givet problem till matematiskt språk medan i nuvarande version är det även fokus på att problemen ska handla om realistiska situationer och då vara mer inriktad på den problemcentrerade modellen. Bland kunskapskraven är även relevansen av matematiken för omvärlden borttagen precis som i målbeskrivningen varför det också är ett steg mot ämnescentrerad läroplan i förslaget till en reviderad ämnesplan. Vid jämförelse av likvärdiga delar av det centrala innehållet (appendix C) finns det i förslaget till reviderad ämnesplan i större utsträckning formuleringar där de begrepp som ska eleverna inom det centrala innehållet. Exempelvis i matematik 1c finns jämförelsen:

Nuvarande ämnesplan	**Förslag till reviderad ämnesplan**
Granskning av hur statistiska metoder och resultat används i samhället och inom vetenskap. (**Sannolikhet och statistik**)	Exempel på hur några statistiska begrepp används i samhälle och inom vetenskap, inklusive signifikans, korrelation, kausalitet, urvalsmetoder och felkällor. (**Sannolikhet och statistik**)

Tabell 1: Jämförelse av centralt innehåll inom området sannolikhet och statistik i kursen matematik 1c.

Där kan man se att det i den föreslagna revideringen står mer uttryckligen vilka begrepp som eleverna ska lära sig inom de statistiska metoderna. Det kan då anses vara mer fokus på ämnet och vilka delar av statistik som elever ska kunna. I nuvarande version finns det större tolkningsutrymme när det gäller vilka metoder som avses. Undervisningen kan på så sätt utgå mer från elevers förmågor och intressen och därmed vara mer lärandecentrerad. Det finns även exempel åt andra hållet, som i matematik 3b:

Nuvarande ämnesplan	**Förslag till reviderad ämnesplan**
Algebraiska och grafiska metoder för lösning av extremvärdesproblem inklusive teckenstudium, andraderivatan och användning av numeriska och symbolhanterande verktyg. (**Samband och förändring**)	Begreppet andraderivata. Metoder för att lösa extremvärdesproblem. (**Aritmetik, algebra och funktioner**)

Tabell 2: Jämförelse av centralt innehåll inom området Samband och förändring i kursen matematik 3b.

I detta fall är den nuvarande ämnesplanen mer ämnesfokuserad än den föreslagna revideringen, men den generella tendensen i det centrala innehållet är att den föreslagna revideringen har mer uttryckligt beskrivit begrepp och metoder som innefattas i de olika delarna av det centrala innehållet. Förslaget till reviderad ämnesplan tolkas på så vis vara mer ämnesfokuserad. Sammanfattningsvis, utgående från de tre modellerna som finns beskrivna i artikeln (Babadogan & Olkun, 2006) så skulle läroplanen efter en revidering vara mer ämnesfokuserad än den nuvarande versionen. Så som den ser ut nu är den ämnesfokuserad i stort, men det finns mer tendenser av att även vara problem- och lärandefokuserad i och med att relevansmålet finns både i syftet och i kunskapskraven, och att det är uttryckt som att elever ska utveckla förmågor inom matematiken. I förslaget till en reviderad ämnesplan är det istället formuleringar som att elever ska få kunskaper om matematik och mindre fokus på matematik inom andra områden. Det är även mer exempel på de begrepp och metoder som eleverna ska lära sig inom matematikämnet och läroplanen i stort är då ämnesfokuserad i högre grad än nuvarande version. Det finns dock inslag av både lärandecentrering och problemcentrering i förslaget till en reviderad ämnesplan.

Utifrån de olika läroplanstyperna som diskuteras av Robitaille och Dirks (1982) så kan de två versionerna av Gy11 klassificeras på ett annorlunda sätt jämfört med de modeller som användes av Babadogan och Olkun (2006). Den nuvarande versionen av ämnesplanen kan ses vara mer inriktad på applicerad matematik jämfört med förslaget till reviderad ämnesplan, eftersom relevansmålet finns kvar för eleverna. Utifrån syftestexten finns det också en viss skillnad, då den nuvarande versionen uttrycker det som att eleverna ska utveckla förmåga att se hur matematik används i olika områden medan förslaget till reviderad ämnesplan formulerar det som att elever ska utveckla kunskaper om matematikens roll i andra områden. Här kan det tolkas som att förslaget till reviderad ämnesplan tar ett steg mot ren matematik, eftersom den inte lägger lika mycket vikt på att eleverna själva ska applicera matematik i andra områden. Att ”få kunskaper om” kan ses som ett mer abstrakt resonemang där eleverna kan få vetskap om vilka matematiska teorier som finns inom andra områden, hur det sett ut i historien och i samhället, men inte själva utveckla en förmåga att hitta matematik inom andra områden. Det är då inte fokus på att praktiskt tillämpa kunskaperna om matematikens roll inom andra områden i förslaget till en reviderad ämnesplan. I det centrala innehållet finns det dock kvar som punkt att eleverna ska, inom området problemlösningen, lösa problem med anknytning till matematikens kulturhistoria. Det gör att även förslaget till en reviderad ämnesplan har inslag av modellen applicerad matematik.

Andra delar av det centrala innehållet i de bägge versionerna kan placera dem mer eller mindre inom de olika modellerna som beskrivs av Robitaille och Dirks (1982). Det är i kursen matematik 1 minskat fokus på geometri och dess applicering i naturen och yrkeslivet i förslaget till reviderad ämnesplan vilket också gör att den tar ett steg mot modellen ren matematik jämfört med nuvarande version. Matematisk argumentation är även det borttaget i förslaget till reviderad ämnesplan. Begreppen implikation och ekvivalens finns i nuvarande version av ämnesplanen i kurserna matematik 1b, 1c och 2a. De är i förslaget till reviderad ämnesplan flyttade från kurserna inom matematik 1 till att endast finnas i kurserna inom matematik 2. En ändring som skett i omplaceringen är att det inte längre finns med att begreppen implikation och ekvivalens ska användas just inom matematisk argumentation. Begreppen kommer fortfarande att läras ut i förslaget till en reviderad ämnesplan, men den praktiska appliceringen av begreppen försvinner. Det kan ses som en abstraktion av begreppen, och ämnesplanen tar även i det fallet ett steg mot modellen ren matematik. I och med att formuleringen i förslaget till reviderad ämnesplan i större utsträckning än i nuvarande ger fler exempel på begrepp som ska undervisas om från olika delar av det centrala innehållet kan det även ses som ett steg mot modellen grundläggande matematik. Det eftersom formuleringen gör att det är tydligare vilka begrepp som eleverna ska lära sig i de olika områdena och det blir mer säkerställt i ämnesplanen att fler grundläggande procedurer och begrepp tas upp i undervisningen. I delen om problemlösning i det centrala innehållet är det i förslaget till reviderad ämnesplan mer fokus på användning av digitala verktyg och programmering som metod för att lösa problem jämfört med nuvarande version. Då kan man istället se det som att matematiken i större utsträckning appliceras inom de digitala verktygen i förslaget till reviderad ämnesplan jämfört med nuvarande versionen. Då tar istället förslaget till reviderad ämnesplan ett steg mot applicerad matematik jämfört med nuvarande version.

Bägge versionerna har inslag av modellen grundläggande matematik då det i syftestexten för matematikämnet även står att matematikundervisningen ska låta eleverna utveckla metoder för att lösa problem av matematisk natur inom vardag och yrkesliv. I kunskapskraven är det överlag även mer fokus på att de problem som eleven ska klara av att lösa och modellera är av realistisk art i den nuvarande versionen. I förslaget till reviderad ämnesplan står det inte lika tydligt att problemen som ska lösas är hämtade från realistiska situationer, även om det kan tolkas så och troligtvis kommer att användas så även framöver. I formuleringen är dock nuvarande version, även när man tittar på kunskapskraven, mer inriktad på applicerad matematik i jämförelse med förslaget till reviderad ämnesplan.

5.2 Olika kunskapssyner i versionerna

Läser man syftesbeskrivningen av matematik i den nuvarande ämnesplan och förslaget till en reviderad ämnesplanen finns det en liten, men avgörande, skillnad i formulering. Det som skiljer är att i förslaget till en reviderad ämnesplan skriver Skolverket att elever ska utveckla kunskap om matematikens betydelse inom andra ämnen, samhället, och historiskt. I nuvarande version är det formulerat som att elever ska utveckla en förmåga att se matematik i olika sammanhang. Syftesbeskrivningen i bägge versioner formulerar det också som att eleverna ska utveckla förmåga att arbeta matematiskt och få tilltro till sin matematiska förmåga. Det ska bland annat uppnås genom att eleverna utvecklar förståelse för matematiska begrepp, fördjupa sitt matematiska kunnande, få varierande undervisning med mera (Skolverket, 2019d, s.1; Skolverket, 2019a, s.1; appendix A). Ska det kopplas till vad Östman och Bråting (2019) skriver om så liknar det mer konceptuella kunskapen, och till viss del operationsförmågan eftersom eleverna ska ha kunskap om begrepp och procedurer men fokus i syftestexten ligger på att se kopplingar mellan matematik i olika sammanhang. Strikt tolkat blir det ett skifte, eftersom ”kunskaper om” något inte nödvändigtvis signalerar en djupare förståelse av kopplingar mellan olika delar, att bara repetera inlärda svar på en fråga kan ses som att man kan ett faktum men inte nödvändigtvis vet var det innebär. Förslaget till reviderad ämnesplan har då ett större fokus på procedural kunskap jämfört med nuvarande version.

Förslaget till en reviderad ämnesplan har dessutom annorlunda mål jämfört med den nuvarande ämnesplanen, eftersom antalet mål har kortats ner till sex stycken jämfört med att det för närvarande finns sju. Det mål som är helt borttaget är det som handlar om relevans, att relatera matematiken till andra ämnen, samhälle, och yrkeslivet. De övriga målen är dessutom kortare beskrivna och de är mer koncisa (Skolverket, 2019d, s.1; Skolverket, 2019a, s.1; appendix A). I och med att målet med relevansförmåga är borttagen i den förslagna revideringen kan det ses som att den föreslagna revideringen tar ett steg bort från den mer konceptuella kunskapsextremen då det inte behöver vara lika mycket fokus på att elever ska lära sig se kopplingar mellan matematik och olika delar av samhälle och omgivning. Det finns mindre inslag av att eleverna ska lära sig om olika matematiska koncept som finns i historien och i samhället. Istället kan det tolkas som att det läggs mer fokus på operationsförmågan då målen som berör inlärning och användning av begrepp, procedurer, modeller med mera finns kvar och får då mer fokus i undervisningen.

Tittar man på det centrala innehållet (se appendix C för jämförelse) är det i förslaget till en reviderad ämnesplan oftare uttryckt som att det är begrepp och metoder som eleverna ska lära sig. Det illustreras genom att innehållet i de flesta delarna av det centrala innehållet, med undantag för problemlösning, börjar med ”begreppen…” eller ”metoder för…”. Det kan tolkas som att fokus i den föreslagna revideringen ligger mer på att kunna begrepp och metoder, som då skulle likna den procedurala kunskapen som Östman och Bråting (2019) beskriver när det gäller de olika ämnesområdena. Innehållet i problemlösningen beskrivs efter det med formuleringen att elever ska upptäcka samband mellan begrepp och innehåll i kursen (Skolverket, 2019a, s. 7–8), som då skulle likna konceptuella kunskapen enligt Östman och Bråting. Även operationsförmågan finns med i problemlösningen, då man ska kunna använda begreppen för att lösa problem och inte bara kunna se och diskutera kopplingar. I nuvarande ämnesplan är de olika delarna av det centrala innehållet inte lika tydligt strukturerade i ”begreppen…” eller ”metoder för…” och under problemlösningen är det heller inte utryckt lika tydligt att de olika delarna av kursen ska kopplas samman (Skolverket, 2019d, s.9–10). Så även om det underförstått kan vara så att nuvarande ämnesplan ska innehålla problemlösning där de olika delarna av kursen kopplas samman kan en strikt tolkning av den ge att den är mer inriktad mot procedural kunskap då elever får lära sig olika delar av matematik men behöver inte nödvändigtvis koppla samman de olika delarna.

Ser man på kunskapskraven i de olika versionerna av ämnesplanerna, med exemplet kunskapskraven för kurserna 1b till och med 2c för begreppsförmågan, så ser det ut på följande vis i (från appendix B):

Nuvarande ämnesplan	**Förslag till reviderad ämnesplan**
Betyg E	**Betyg E**
Eleven kan **översiktligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **några** representationer samt **översiktligt** beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med viss säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med viss säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnena **i bekanta situationer**.	Eleven beskriver **grundläggande** begrepp och samband mellan begrepp samt använder dem med **tillfredsställande** säkerhet.
Betyg C	**Betyg C**
Eleven kan **utförligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **några** representationer samt **utförligt** beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med viss säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med viss säkerhet använda** begrepp och samband mellan begrepp för att lösa matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnena.	Eleven beskriver **ett omfattande antal** begrepp och samband mellan begrepp samt använder dem med **god** säkerhet.
Betyg A	**Betyg A**
Eleven kan **utförligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **flera** representationer samt **utförligt** beskriva	Eleven beskriver **ett omfattande antal** begrepp och samband mellan begrepp samt använder dem med **mycket god** säkerhet.

sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa **komplexa** matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnena.	

Tabell 3: Kunskapskrav för begreppsförmåga i kurserna matematik 1b till och med 2c.

Här kan man då jämföra förekomsten av värdeord i de olika versionerna av ämnesplanen. I den nuvarande gäller för begreppen att de ska kunna beskrivas **översiktligt** med **några** representationer och att eleverna **översiktligt** ska kunna beskriva sambanden för betyget E, **utförligt** med **några** representationer och **översiktligt** kunna beskriva sambanden för betyget C, och **utförligt** med **några** representationer och **utförligt** kunna beskriva sambanden för betyget A. I förslaget till den reviderade ämnesplanen ser det ut som att eleven ska beskriva **grundläggande** begrepp och kunna använda dem med **tillfredsställande** säkerhet för betyget E, beskriva **ett omfattande antal** begrepp och kunna använda dem med **god** säkerhet för betyget C, och beskriva **ett omfattande antal** begrepp och kunna använda dem med **mycket god** säkerhet för betyget A.

I den nuvarande ämnesplanen kan det då tolkas som att man inte helt behöver kunna definitionen av några begrepp alls för att få betyget E medan man i den reviderade ämnesplanen måste kunna definitionen av några grundläggande begrepp för betyget E. Då är det tydligare beskrivet att det krävs att eleverna har kännedom om vad begreppen innebär i förslaget till den reviderade ämnesplanen som då skulle betona den procedurala kunskapen.

När det gäller vad lärarna kommenterade vid utredningsarbetet 2017–2018 om ämnesplanen var den typiska sammanfattande kommentaren att ämnesplanen var luddig och otydlig med typkommentarer som önskade specificering av vad eleverna förväntades lära sig i de olika delarna (Skolverket, 2018, s.2–3). Det kan tolkas som att de tyckte att det var för mycket fokus på den konceptuella kunskapen, det vill säga att framförallt lärare själva ska tolka vad ämnesplanen vill och själv hitta kopplingar mellan de olika områdena inom matematiken. Det blir då för mycket tolkning och resonerande mellan lärare om vad som är bra att undervisa om utan att det blir någon gemensamt svar som kan gälla för alla. Den kunskap lärarna efterfrågde var procedural kunskap, de ville få mer detaljer och begrepp för att ämnesplanen skulle vara tydligare. I nuvarande versionen är lärarnas kunskap om vad ämnesplanen uttrycker om matematikundervisningen för konceptuell.

För undervisningen fanns det också kommentarer bland lärarna som uttryckte ogillande vad gällde mängden material i vissa kurser, framförallt kurserna matematik 1 och 4, med kommentarer som:

För mycket stoff i Ma 1. (Skolverket, 2018, s. 4)

Matematik 4 är väldigt fullspäckad, vilket gör det stressigt för eleverna och det blir svårt för dem att ta in allt. (Skolverket, 2018, s. 5)

är lite svårt när vissa begrepp enbart introduceras i en kurs för att sedan hanteras djupare i en senare kurs. I kursen där något introduceras blir det bara begrepp utan förståelse, det blir varken hackat eller malet. Ser hellre att kurserna hade än tydliga teman som kunde fördjupas. (Skolverket, 2018, s. 6)

Kunskapen som lärarna efterfrågar hos eleverna här blir då mer likt den konceptuella kunskapen, alltså att lärarna vill att eleverna ska förstå innebörden hos de begrepp som introduceras.

Många kommentarer handlade också om att kunskapskraven är otydliga och inte säger något om vad eleverna ska kunna från de olika centrala innehållen i kurserna. Det som framhölls också i några kommentarer att nationella proven får användas som stöd för att förstå vad Skolverket anser är de viktiga begreppen att kunna inom de olika centrala innehållen. Exempel på dessa kommentarer kunde se ut som:

Kunskapskraven är som ovan beskriven alldeles för allmän hållna. T. ex. står det att eleven ska ha kunskaper kring matematiska begrepp, dock nämns inte vilka begrepp det ska handla om, samma sak gäller enkla procedurer, vilka procedurer betraktas här som enkel? (Skolverket, 2018, s. 28)

När nationella proven får man se vad som ska tas upp i ämnet, t.ex rotationsvolymer i ma4 stod ej i ämnesplanen. (Skolverket, 2018, s. 7)

I dessa kommentarer kan man då se det som att lärarna saknar till viss del stöd för att kunna lära ut den procedurala kunskapen till eleverna. Med det menas att då centrala innehållet och kunskapskraven är otydliga vad gäller exakt de begrepp och procedurer som elever ska lära sig i matematikämnet kommer den procedurala kunskapen att brista hos eleverna.

Sammanfattningsvis vad gäller den kunskap som lärarna efterfrågade från ämnesplanen, liknar det totalt sett operationsförmågan eftersom kommentarerna kritiserar stoffträngseln då eleverna inte får tid att fördjupa sig i de begrepp som ska läras ut i det centrala innehållet. Samtidigt är det inte alltid uppenbart för lärarna vilka som är de relevanta begreppen som eleverna ska lära sig vilket totalt sett försvårar inlärningen av operationskunskapen.

Om man ser på den föreslagna revideringen av ämnesplanen utifrån de kunskapsformer som beskrivs i *Skola för bildning* (Skolverket, 2002) så har det skett vissa ändringar jämfört med den nuvarande versionen. I fråga om kunskapsformen som benämns fakta kan man se ett ökat fokus på faktakunskaper i förslaget till revidering jämfört med hur det ser ut i den nuvarande versionen. Dels kan man se det i kunskapskraven, som i tabell 3, där eleverna ska redogöra för vad begreppen innebär på ett mer ingående sätt i förslaget till revidering jämfört med nuvarande version. Ändringen i formuleringen är att eleverna för betyget E **översiktligt** ska beskriva grundläggande begrepp, i nuvarande version, till att eleverna ska beskriva **grundläggande** begrepp, i förslaget till reviderad ämnesplan. Även i det centrala innehållet kan det tolkas som att det är mer fokus på faktakunskaper. I likhet med hur det argumenterades under punkten för ändringar av läroplansmodeller är det i förslaget till reviderad ämnesplan mer exempel på vilka begrepp och procedurer som eleverna ska lära sig inom de olika områdena i det centrala innehållet. I och med det får eleverna mer specificerat vad de ska lära sig och på så sätt kan de tillägna sig mer faktakunskaper. I nuvarande version av ämnesplanen där det inte är specificerat lika tydligt vad som eleverna ska kunna inom de olika delarna av det centrala innehållet kan lärare och läromedel tolka det på olika sätt beroende på vilket man använder och eleverna får inte nödvändigtvis lika mycket faktakunskaper. Även i syftestexten med den ändrade formuleringen att ”elever ska utveckla kunskaper om matematikens betydelse och användning inom andra ämnen…”, i förslaget till en reviderad ämnesplan, från att ”elever ska utveckla förmåga att sätta in matematiken i olika sammanhang…”, i den nuvarande versionen, kan det tolkas som en ideologisk skillnad där det är viktigare att elever har faktamässiga kunskaper om att matematiken finns inom andra områden istället för att själv försöka se var matematiken finns utanför klassrummet men inte nödvändigtvis veta exakt.

Ser man på förslaget till revidering utifrån kunskapsformen förståelse som den beskrivs av läroplanskommittén (Skolverket, 2002) kommer den att vara mer betonad på förståelse jämfört med den nuvarande versionen. Det eftersom kunskapsformen förståelse är beskrivet som att det hör ihop med fakta, och en större faktakunskap ger då bättre grund för att förstå sig på ett område inom matematiken och matematiken som helhet. Det gäller såväl inom det centrala innehållet där det är mer specificerat vad eleverna ska lära sig, som i syftestexten då eleverna ska utveckla kunskaper istället för förmågor. Det går också att hävda att det är mer fokus på förståelse i förslaget till revidering utifrån hur formuleringen för kunskapskravet problemlösning har ändrat sig (appendix B). I den nuvarande versionen ska eleverna för att uppnå ett visst betyg kunna lösa problem av ökande svårighetsgrad, medan i förslaget till en reviderad ämnesplan står att de ska lösa problem av ökande svårighetsgrad **inom kursens olika delområden**. I och med omformuleringen kan det tolkas som att i förslaget till revidering är det viktigare att eleverna tillägnat sig de olika faktumen och procedurerna i de olika delområden så till den grad att de kan lösa problem inom varje område. I den nuvarande versionen ska eleverna kunna lösa problem men det står inte uttryckligen att det ska vara inom kursens olika delområden. Då skulle det kunna räcka med att eleverna enbart kan lösa problem inom exempelvis algebra för att uppnå ett visst betyg men inte nödvändigtvis behöver klara av problem inom området sannolikhet och statistik.

Inom kunskapsformen färdighet är det svårare att se någon stor ändring i kunskapsformen i förslaget till reviderad ämnesplan jämfört med den nuvarande versionen. I och med att kurserna är mer avskilda i förslaget till reviderad ämnesplan, som att endast kursen matematik 5 innehåller differentialekvationer, kan eleverna utveckla färdigheter inom vissa områden inom matematik i de olika kurserna. Enligt den definition av färdighet som ges i läroplanskommitténs text (Skolverket, 2002) så kan ett medvetet arbete inom enbart differentialekvationer och hur de kan användas och beräknas i olika sammanhang tolkas som att just de färdigheterna utvecklas i matematik 5. I nuvarande version där differentialekvationer introduceras i matematik 4 utan att det används vidare finns det inte ett mål med kursen på samma sätt att introducera differentialekvationer för att sedan använda dem vidare. I nuvarande versionen introduceras differentialekvationerna i matematik 4 men de används först i matematik 5 och då är målet inte känt för elever till samma grad, speciellt inte om de ej läser matematik 5. I det fallet blir det mer inlärning av fakta och procedurer i kursen matematik 4, och färdigheter i att kunna använda differentialekvationer som verktyg för att lösa problem i olika sammanhang utvecklas inte.

Vad gäller kunskapsformen förtrogenhet kan det ses på olika sätt om förslaget till en reviderad ämnesplan har ökat fokus eller inte. Eftersom eleverna lär sig mer fakta, enligt formuleringen, och därigenom kan få bättre förståelse för matematikens olika områden kan det leda till att eleverna blir mer förtrogna med matematiken. Även då färdigheterna kan bli bättre och mer fokuserade i de olika kurserna kan det också leda till att förtrogenheten med ett visst område inom matematiken ökar i förslaget till en reviderad ämnesplan. Å andra sidan, eftersom kunskapskravet om att matematiken ska relateras till situationer och händelser utanför klassrummet är borttaget kan det ses som ett steg mot att enbart fokusera på matematiken som ämne, och elevernas förmåga hitta matematik i andra sammanhang minskar. I det fall eleverna inte längre behöver lära sig att söka efter matematiska samband i olika sammanhang är det inte lika säkert att de lär sig ”känna” om matematik är någon del av fenomenet, eller något som kan användas för att beskriva fenomenet, enligt hur förtrogenhetskunskapen beskrivs av läroplanskommittén (Skolverket, 2002). Matematikens relevans inom andra områden är fortfarande något som finns med i det centrala innehållet i förslaget till revidering av ämnesplan men är det inget kunskapskrav är det inget som eleverna nödvändigtvis aktivt behöver visa att de behärskar för att få ett visst betyg. Då är det inte heller säkert att de övar i den förmågan och inte blir lika förtrogna med matematiken utanför klassrummet.

Utifrån de kunskapsformer och aspekter som läroplanskommittén (Skolverket, 2002) beskriver kan det i stort tolkas som att förslaget till en reviderad ämnesplan fokuserar mer på den funktionella och den konstruktiva aspekten av kunskap. I och med att eleverna lär sig mer fakta och får bättre förståelse för matematiken kan den användas som redskap för att lösa matematiska problem och med mer begrepp kan man se mer kopplingar mellan olika områden inom matematiken och få en djupare förståelse för helheten. Den kontextuella aspekten av kunskap kan också vara mer framträdande i förslaget till en reviderad ämnesplan beroende på hur man ser på det. Då relevansförmågan är borttagen som kunskapskrav för att få ett betyg kan elevernas förtrogenhet med matematiken i situationer utanför klassrummet minska och deras kunskaper om matematik i olika sammanhang kan minska. Den kontextuella aspekten av kunskap kan också öka om man ser det som att med mer fakta, förståelse och färdigheter kan eleverna lättare avgöra i vilka sammanhang som matematiken lämpar sig att använda.

5.3 Förståelse i ämnesplanerna

Läser man förslaget till den reviderade ämnesplanen utifrån de resonemang som Watson (2002) använder, kan det tolkas som att det är olika typer av förståelse som premieras i de olika versionerna av ämnesplanen. Jämför man syftesbeskrivningen (se appendix A) är det i förslaget till den reviderade ämnesplanen utryckt så att elever ska utveckla kunskaper om matematikens roll i olika delar av samhället medan i den nuvarande versionen ska elever utveckla en förmåga att själva hitta kopplingar mellan matematiken och omvärlden. Här kan man då diskutera att i den föreslagna revideringen mycket riktigt är en betoning på fakta. I det fall elever ska utveckla kunskaper om matematikens roll i olika sammanhang kan det uppfyllas helt enkelt genom att eleverna exempelvis får läsa en text om hur statistik används inom samhällskunskap för att beskriva olika fenomen. Då har syftet uppnåtts, och den förståelse som eleverna får genom denna typ av undervisning liknar den första typen som Watson diskuterar. Det vill säga den förståelsen som beskrivs av att elever kan repetera svar på var matematik används i omvärlden utan att för den skull själva ha förmåga att hitta kopplingar. Den nuvarande läroplanens formulering om att eleverna ska utveckla förmåga att hitta matematik i andra sammanhang utanför klassrummet skulle istället fokusera på en annan typ av förståelse om man ska gå efter vad Watson beskriver. Denna typ av förståelse är sådan att man kan se kopplingar mellan ämnet i klassrummet och utanför klassrummet. Denna förståelse försvåras i och för sig om eleven inte har tillräckliga begreppskunskaper för att kunna formulera argument och tankar om matematiska fenomen som förekommer utanför klassrummet. Poängen är att enbart genom att ändra formuleringen för att betona att eleverna ska lära sig mer fakta i skolan inom matematiken innebär inte direkt att förståelsen för matematiken automatiskt ökar. Det beror helt på vilken typ av matematisk förståelse som Skolverket efterfrågar och det är inte helt uppenbart med den formulering som används i syftestexten i förslaget till revideringen.

Tittar man på en jämförelse av kunskapskravet för begrepp i de olika versionerna (se appendix B eller tabell 3) så är formuleringen ändrad. För betyget E i nuvarande version står det att ”Eleven kan **översiktligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **några** representationer samt **översiktligt** beskriva sambanden mellan begreppen.” medan i förslaget till en reviderad ämnesplan står det att ”Eleven beskriver **grundläggande** begrepp och samband mellan begrepp samt använder dem med **tillfredsställande** säkerhet.”. I den nuvarande versionen behöver alltså eleverna inte helt kunna återge centrala begrepp i kursen för att få betyget E medan i förslaget till revidering måste eleverna kunna definitionen och återge grundläggande begrepp. Skillnad här då, i tolkning, blir att i förslaget till revidering betonas det att eleverna ska kunna fakta bättre för att få samma betyg. I det fallet uppnår då Skolverket målet med att betona fakta. I bägge fallen ska eleven kunna beskriva samband mellan begreppen i kursen och förståelsen som då avses skulle vara den typ av förståelse där eleven kan se kopplingar inom matematiken. Där sker egentligen ingen förändring i betoning av förståelse, i alla fall när det gäller begreppsförmågan hos eleverna.

Med den syn på matematisk förståelse som beskrevs av lärarna i artikeln av Cai och Ding (2015) kan det anses att förslaget till en reviderad ämnesplan tar ett steg bort från den typ av förståelse som de diskuterade. Tittar man på kunskapskravet för problemlösning, hur formuleringen ser ut i den bägge versionerna (för betyget E i matematik 1b till och med matematik 2c, från appendix B) gäller det att i den nuvarande står att ”Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem **av enkel karaktär**. Dessa problem inkluderar **ett fåtal** begrepp och kräver **enkla** tolkningar.”, medan i förslaget till reviderad står att ”Eleven löser matematiska problem av **enkel** karaktär inom kursens olika områden. Eleven utvärderar resultatens rimlighet.” I den nuvarande versionen är det i kunskapskravet större betoning på att problemlösningen ska innefatta flera begrepp och att man kan tolka problemen. Denna formulering är i linje med det som lärarna i artikeln diskuterar som förståelse bortom begreppen. Eleverna ska alltså kunna använda begreppen men även diskutera tolkningen av problemet och varför begreppen gick att använda i den givna situationen. Tittar man på formuleringen i förslaget till reviderad ämnesplan står det också att eleven ska kunna lösa problem inom kursens olika områden men det är inte uttryckt samma krav på användning av olika begrepp. Det står heller inget om att eleven ska tolka situationen, som kan ge läraren en indikation på om eleven förstår vad problemet handlar om och varför ett visst begrepp används. Tittar man istället på kunskapskravet för begreppsförmågan, tabell 3, tar däremot förslaget till en reviderad ämnesplan ett steg mot matematisk förståelse enligt lärarna i artikeln. Det eftersom det är mer emfas på att eleverna ska kunna begrepp och samband mellan begrepp på ett tydligare sätt än enbart ”översiktligt”. Å andra sidan står det i nuvarande version att eleverna ska känna till olika representationer av begreppen vilket skulle liknar de undervisningsmetoder som lärarna nämnde som sätt att lära eleverna en djupare förståelse av matematik. Kravet på att eleverna ska kunna olika representationer av begrepp återfinns inte i förslaget till reviderad ämnesplan och på så vis kan det ses som att det är en ytligare typ av förståelse som eleverna får. De kan repetera en viss definition av ett begrepp och bli godkända men det är inget krav på att de ska kunna förstå begreppet i olika representationer.

5.4 Ändringar i förmågor och kunskapskrav

Utifrån hur Jahnke (2016) beskrev de förmågor som matematikundervisningen ska sträva efter att utveckla hos eleverna har det skett vissa ändringar i förslaget till reviderad ämnesplan.

I formuleringen för hur skolan ska utveckla begreppsförmåga hos eleverna är det i förslaget till reviderad ämnesplan inte längre uttryckt så att eleverna ska kunna olika representationer av matematiska begrepp, enbart kunna beskriva och använda dem. Enligt den tredelade definition som ges av ”begrepp” i form av benämning, definition, och representation kan det ses som att det inte är fokus på representation av begreppen. Eleverna ska bara utveckla förmåga att känna till definition och benämning av begrepp, samt kunna använda dem. Med liknelsen av en triangel skulle man då kunna tolka det som att de vet att begreppet ”triangel” kan representeras av en figur som har tre hörn, men det är inget mål att eleverna även ska kunna att en geometrisk figur där vinkelsumman är 180° är en triangel. Det räcker enligt förslaget till reviderad ämnesplan att kunna en definition av begreppet, men olika representationer av begreppet ”triangel” inte är något mål att utveckla. Ser man sedan vidare på kunskapskraven i förslaget till reviderad ämnesplan som finns för att uppnå ett visst betyg inom begreppsförmågan, tabell 3, är det på E-nivå enbart uttryckt som att ”Eleven beskriver **grundläggande** begrepp och samband mellan begrepp samt använder dem med **tillfredsställande** säkerhet.” och på C- och A-nivå ökar antalet begrepp eleven kan använda och med vilken säkerhet det görs. En aspekt som ej finns med i kunskapskraven i förslaget till reviderad ämnesplan men som finns med i den nuvarande versionen är att eleverna ska kunna använda begreppen för att lösa problem av ökande svårighetsgrad i karaktärsämnena (appendix B eller tabell 3). Det är då inte lika mycket fokus på begreppens användning i förslaget till reviderad ämnesplan utan enbart att eleverna ska kunna begrepp och samband mellan dem. En aspekt av begreppskunskap går då förlorad i förslaget till reviderad ämnesplan utifrån den definition som Jahnke (2016) ger.

För procedurförmågan är formuleringen i den nuvarande versionen av ämnesplanen och förslaget till en reviderad ämnesplan i det närmaste identisk. Det gäller både hur det beskrivs i målformuleringen i inledningen samt hur det är beskrivet i kunskapskraven. Den största skillnaden i förslaget till reviderad ämnesplan är att värdeorden är utbytta. I förhållande till beskrivningen som ges av Jahnke (2016) uppfyller båda versionerna procedurförmågan, eleverna ska kunna procedurer, och använda dem för att lösa matematiska problem.

I problemlösningsförmågan finns det skillnader i de olika versionerna, både i målbeskrivningen och i kunskapskraven. I målbeskrivningen är det i nuvarande ämnesplan ett uttalat fokus att eleverna ska kunna värdera sina strategier och resultat förutom att analysera och lösa problem, vilket är gemensamt för bägge versioner. I förslaget till en reviderad ämnesplan är det i målbeskrivningen inget fokus att eleverna ska kunna värdera sina strategier. I kunskapskraven finns det däremot uttryckt att eleverna ska kunna utvärdera sina resultat, dock utan någon stegring i hur avancerade de utvärderingarna ska vara. I den nuvarande versionen däremot finns det i kunskapskraven dels uttryckt att problemlösningen ska innefatta begreppen i kursen samt att de tolkningar som görs av problemen ska bli mer avancerade ju höge upp i betygssteget man kommer. Utifrån den definitionen som Jahnke (2016) ger av hur problemlösning ska tolkas uppfylls det av bägge versioner då de beskriver att eleverna ska kunna lösa problem. Den nuvarande versionen kan dock tänkas ge en viss extra likhet med det Jahnke beskriver då det är mer fokus på att eleverna ska kunna göra tolkningar av problemen vilket kan utveckla en bättre känsla för när vissa strategier passar och inte. Tittar man på problemlösning utifrån hur det beskrivs i *Principles and Standards* (National Counsil of Teachers of Mathematics, 2000) är målbeskrivningen av problemlösning i nuvarande versionen mer likt så som det beskrivs i den boken. Det eftersom i nuvarande version betyder problemlösning att man kan värdera sina strategier och resultat, något som inte framträder i förslaget till en reviderad ämnesplan. Däremot är kunskapskraven i förslaget till reviderad ämnesplan mer likt det som står i *Principles and Standards* eftersom det står att eleven måste utvärdera resultatens rimlighet. Det kan dock tolkas som att nuvarande versionen även i kunskapskraven är mer lik *Principles and Standards* då det betonas att problemlösningen ska innefatta begrepp från kursen och att tolkningar ska användas vilket liknar det som *Principles and Standards* menar är problemlösning då olika verktyg ska användas och eleverna ska kunna uttala sig om sina processer och svar.

För modelleringsförmågan är det annorlunda formulerat i de olika versionerna. I målbeskrivningen är det i nuvarande version uttryckt som att eleverna ska kunna tolka realistiska situationer i matematiska modeller och kunna utvärdera dem, medan i förslaget till reviderad ämnesplan står det inte beskrivet att modellerna som formuleras måste vara utifrån realistiska situationer. I kunskapskraven i förslaget till reviderad ämnesplan står det inte att eleverna behöver utvärdera de matematiska modellerna, enbart tillämpa och formulera dem i matematiska problem. I nuvarande version måste eleverna kunna utvärdera modellerna och strategierna utifrån resultat och rimlighet. Där är det återigen uttryckt så att modellerna ska skapas utifrån realistiska situationer. Utifrån Jahnkes (2016) beskrivning av modelleringsförmågan är därmed förslaget till reviderad ämnesplan ett steg bort från modelleringsförmågan. För att uppnå ett betyg måste eleverna inte utvärdera och eventuellt justera sina modeller för att bättre passa in i situationen, vilket krävs i den nuvarande versionen. De måste enbart skapa modeller av problem eller kunna tolka en modell som de får att använda. Ser man på modellering som det till viss del beskrivs i *Principles and Standards* (National Counsil of Teachers of Mathematics, 2000) uppfylls det av bägge versionerna. Modellering i *Principles and Standards* innebär enbart att skapa och tolka matematiska modeller utifrån olika situationer.

Inom förmågan att resonera så är formuleringarna i målbeskrivningen och kunskapskraven lika i de bägge versionerna förutom att i den nuvarande versionen måste eleverna, förutom att föra och följa matematiska resonemang, kunna bedöma andras resonemang och avgöra om de bygger på gissningar eller välgrundade påståenden. I det ramverk som beskrivs av Jahnke (2016) innefattar förmågan att resonera inom matematiken att man kan avgöra om ett resonemang baseras på gissningar eller på riktiga påståenden. Förslaget till en reviderad ämnesplan tappar alltså enligt detta ramverk en aspekt av resonemangsförmågan. Även i *Principles and Standards* (National Counsil of Teachers of Mathematics, 2000) är en del av resonemangsförmågan i årskurserna 9–12 att kunna undersöka och bedömas andras argument och resonemang. Förslaget till en reviderad ämnesplan tappar även med denna syn en aspekt av förmågan att resonera inom matematiken. Något som återfinns i bägge versionerna av ämnesplanen för att få ett högre betyg, det vill säga C eller A, är bevisföring. Det nämns av både Jahnke och *Principles and Standards* som en del av resonemangsförmågan och i det avseendet är båda versionerna lika inom resonemangsförmåga.

I kommunikationsförmågan är formuleringen i målbeskrivningen näst intill identisk i de olika versionerna av ämnesplanen. Det handlar i bägge fallen om att eleverna ska utveckla förmåga att kommunicera matematik i tal, skrift, och i handling. I kunskapskraven i den nuvarande versionen står det även där att eleverna ska uttrycka sig i tal, skrift och handling med hjälp av matematiska symboler och andra representationer. I förslaget till reviderad ämnesplan är det däremot inget specificerat i hur eleverna ska kommunicera matematik, om det är genom tal, skrift eller handling, bara att de använder matematiska symboler och andra representationer. I Jahnkes (2016) beskrivning om kommunikation inom matematiken handlar det om att kunna göra sig förstådd genom tal, skrift och handling, och utifrån det är förslaget till en reviderad ämnesplan inte lika tydlig i kommunikationsförmågan. Det är inte specificerat i kunskapskraven hur eleven ska kommunicera matematik i den föreslagna revideringen, enbart att den ska kunna göra det. Vad gäller kommunikationsförmågan i *Principles and Standards* (National Counsil of Teachers of Mathematics, 2000) är det inte heller där beskrivet på vilket sätt som eleven ska kommunicera sina tankegångar. Eleven ska enbart kunna göra sig förstådd hos andra elever, lärare eller yrkesmänniskor och fokus ligger alltså på att anpassa kommunikationen till åhöraren. Med det ramverket är kommunikationsförmågan i förslaget till reviderad ämnesplan fullgott eftersom eleven är mer fri att kommunicera på det sätt som fungerar bäst för hen så länge som matematiska symboler och andra representationer används.

Förmågan att relatera matematiken till situationer utanför klassrummet är helt borttagen ur målbeskrivningen och kunskapskraven i förslaget till en reviderad ämnesplan. Enligt den undervisning som förespråkas i *Principles and Standards* (National Counsil of Teachers of Mathematics, 2000) försvinner det därmed en del av en god matematikundervisning då relevansförmågan ska fördjupa elevernas förståelse för hur matematiska idéer och teorier hör ihop och används. Att undervisa om matematikens roll i situationer är dock kvar i det centrala innehållet i de olika kurserna.

5.5 Ändringar i ämnesinnehåll

Vad gäller ämnesinnehållet som helhet finns det en del skillnader mellan nuvarande versionen av ämnesplanen och förslaget till en reviderad ämnesplan. Inom till exempel området tal och procedurer som *Principles and Standards* (National Counsil of Teachers of Mathematics, 2000) angav som ett matematikområde i en god matematisk utbildning har förslaget till en reviderad ämnesplan tagit bort en del av talteorin. Det finns inte längre en del om delbarhet, primtal och egenskaper hos heltalen i någon av matematikkurserna. I den nuvarande versionen finns det med i kurserna matematik 1b, och 1c. Det var också en del av området tal och procedurer i *Principles and Standards* att elever skulle undervisas i beräkningar och procedurer med matriser. Beräkningar med hjälp av matriser är en del av kursen matematik Specialisering i båda versionerna, då de används inom linjär algebra. Ingen av versionerna har det dock som uttryckligt mål att matrisräkning ska ingå i kursen, utan är ett valbart område. Eftersom komplexa tal introduceras i kurs 2b och 2c i den nuvarande versionen av ämnesplanen men i förslaget till en reviderad ämnesplan introduceras det först i kurs 4 får eleverna i de flesta fall mindre talteoretiska kunskaper i förslaget till en reviderad ämnesplan då kurs 2b eller 2c är obligatoriska i fler gymnasieprogram än kurs 4. Detsamma gäller området talbaser som i nuvarande versionen introduceras i kurserna 2b och 2c medan i förslaget till en reviderad ämnesplan återfinns representation av tal i olika talbaser först i kurs 5. Sett till den idé som *Principles and Standards* har för matematikundervisningen är nuvarande versionen av ämnesplanen närmare de idéerna jämfört med förslaget till reviderad ämnesplan sett till hur stor del av totala antalet elever som kommer att få kunskap om de olika delarna inom talens egenskaper.

Inom geometrin har det i förslaget till reviderad ämnesplan en minskning jämfört med hur det ser ut i nuvarande versionen. Till exempel matematisk argumentation är inte framträdande i centrala innehållet även om begreppen implikation och ekvivalens, som används inom argumentationen i nuvarande version, fortfarande finns med som begrepp att undervisa om ska de inte nödvändigtvis användas praktiskt. Samma sak gäller för begreppen definition, sats och bevis. De ska läras ut, men specificeras inte i centrala innehållet som något som ska användas praktiskt inom matematiska argumentation. I *Principles and Standards* (National Counsil of Teachers of Mathematics, 2000) är en del av geometriundervisningen som förespråkas just att kunna argumentera matematiskt, exempelvis med hjälp av definitioner och satser. Även inom geometrin ska det i *Principles and Standards* användas matriser men det är som sagt något valbart i bägge versionerna. Grafteori är ett område som är helt borttaget i förslaget till reviderad ämnesplan, men återfinns i matematik 5 i nuvarande version. I nuvarande version finns det dessutom uttryckt mer exakt om metoder för beräkningar i koordinatsystem, exempelvis att eleverna ska kunna de Moivres formel, jämfört med förslaget till reviderad ämnesplan. Inom geometriundervisningen påminner nuvarande version av ämnesplanen mer om visionen i *Principles and Standards* jämfört med förslaget till en reviderad ämnesplan.

Inom området algebra är det i stort sett samma saker som gås igenom vad gäller funktioner i de bägge versionerna, om än i olika ordning. En del av algebran som återfinns tidigt i nuvarande version av ämnesplanen men som är en valbar del av den matematiska utbildningen i förslaget till reviderad ämnesplan är hur algebraiska och geometriska uttryck hör ihop. I nuvarande version är analytisk geometri en del av kurserna matematik 2b och 2c medan i förslaget till en reviderad ämnesplan är analytisk geometri ett valbart ämne att undervisa om i kursen matematik Specialisering. Enligt den bild av matematikundervisning som bör ske i årskurserna 9–12 i *Principles and Standards* (National Counsil of Teachers of Mathematics, 2000) är den nuvarande versionen av ämnesplanen mer lik än förslaget till reviderad ämnesplan.

Mätning förekommer inte som något eget område i någon av versionerna av ämnesplanen. Bägge versionerna har dock som del av centrala innehållet att använda formler som kan vara av nytta inom yrkesliv eller karaktärsämnen. I dessa skulle beräkningar inom mätning och procedurer kunna vara en del, men det är inget som uttryckligen finns med i någon av versionerna.

Även om bevisföring ses mer som en förmåga än ett ämnesområde i *Principles and Standards* (National Counsil of Teachers of Mathematics, 2000) betonas bevis olika mycket i det centrala innehållet i de olika versionerna av ämnesplanen. I förslaget till reviderad ämnesplan är det mer exemplifierat, som i kursen matematik 5, vilka typer av bevis som eleverna ska lära sig. I nuvarande version av ämnesplanen står det dock att eleverna ska lära sig bevis från olika områden, som geometri, aritmetik och algebra, i kursen matematik 4 även om det inte är specificerat vilken typ av bevis som avses. Beroende på hur väl det genomförs kan undervisningen i hur man för bevis vara närmare det som förespråkas om bevis i *Principles and Standards* i den nuvarande versionen av ämnesplanen jämfört med förslaget till revideringen.

Inom området statistik är det i bägge versionerna i stort sett samma innehåll i kurserna. I förslaget till reviderad ämnesplan är det mer specificerat vilka typer av statistiska mått och metoder som eleverna ska få kunskaper om, och som används inom naturvetenskap och samhällsvetenskap, i jämförelse med nuvarande version. På så sätt kan förslaget till reviderad ämnesplan ligga närmare den idé om matematikundervisning som *Principles and Standards* (National Counsil of Teachers of Mathematics, 2000) har inom det området. De delar som berör sannolikhet överensstämmer i stort sett även de. Det största undantaget är att det uttryckligen står att eleverna ska lära sig om oberoende och beroende händelser i nuvarande versionen, vilket inte återfinns i förslaget till en reviderad ämnesplan. I det avseendet är nuvarande versionen närmare *Principles and Standards* idé om undervisning inom statistik och sannolikhet.

Sett till kursuppläggen i de olika versionerna (Skolverket 2019d; Skolverket 2019a; Appendix C) har en del av det centrala innehållet flyttats mellan matematik 1 och 2. Progressionen mellan dessa kurser kan bli bättre om den föreslagna revideringen antas, introduceras funktionslära i matematik 1 blir inte gapet lika stort mellan matematik 1 och 2. I matematik 2 är komplexa tal dessutom borttagna vilket kan vara rimligt då de inte behandlas förrän i matematik 4. En del av den geometri som fanns i matematik 1 är flyttad till matematik 2, delar som handlar om definition, sats, bevis, samt implikation och ekvivalens. På så sätt har matematik 1 och 2 fortfarande ungefär samma innehåll i bägge versioner av ämnesplanen men försök har gjorts att sprida ut det lite jämnare. Kurserna matematik 4 och 5 är i förslaget till reviderad ämnesplan mer separerade jämfört med i nuvarande version. Till exempel differentialekvationer återfinns endast i matematik 5 i revideringen och den kursen bygger då inte lika mycket på matematik 4. Då komplexa tal introduceras i matematik 4 och sedan används kan det leda till att det är lättare att läsa kursen då den också är mer av en egen kurs istället för en påbyggnad av tidigare kurser.

5.6 Hur lärares kommentarer implementerats i den föreslagna revideringen

Tittar man på vad lärarna tyckte om betygssystemet i gymnasiet (Skolverket, 2018) så har det inte ändrats något i den föreslagna revideringen. Det är fortfarande betygsstegen A–F som ska användas och de är kopplade till varje kurs i matematik. Då det nuvarande systemet med godkända betyg A–E och underkänt betyg F är inskrivet i skollagen (Sveriges Riksdag, 2019b, kap 15, 21–29§§) är det inget som kan ändras i en förordning då de utfärdas av regeringar medan lagar måste ändras av riksdagen. Således är det inget som kan omfattas av revideringen i ämnesplanen som är just en förordning. Ändring i betygssystemet skulle kräva en ändring i lagtexten.

Tittar man på vad som skett i förslaget till reviderad ämnesplan utifrån kunskapskraven och hur lärarna upplevde dem som otydliga (Skolverket, 2018), har kunskapskraven kortats ner och de är nu uppstrukturerade i separata stycken istället för att vara skrivna som sammanhängande text, se appendix B. Det är även färre antal värdeord i kunskapskraven och de är annorlunda formulerade. Jämförs till exempel formulering av kunskapskraven för målet begrepp i kurserna matematik 1b till och med matematik 2c på E-nivå ser det ut som i tabell 3. Där kan man se att antalet värdeord är minskat från sex stycken till två stycken. Det är även en skillnad i formulering då det i nuvarande ämnesplan beskrivs som att ”Eleven kan **översiktligt** beskriva innebörden av centrala begrepp…” medan i förslag till reviderad formuleras som att ”Eleven beskriver **grundläggande** begrepp…”. Denna formulering skiljer sig åt då i det första fallet handlar om att eleven inte nödvändigtvis kan definitionen av centrala begrepp medan i andra fallet ska eleven kunna definitionen av begrepp i kursen. Dock finns det kvar ett visst tolkningsutrymme i värdeorden då det i förslaget till reviderad ämnesplan inte finns någon specificering i vilka begrepp som räknas som grundläggande. Detta överlåts då på lärarkollegiet att avgöra. Ingen av versionerna innehåller heller en stark koppling mellan det centrala innehållet och kunskapskraven i sin formulering, vilket också var en del som fick ett stort antal kommentarer från lärare där tydliga kopplingar saknades. I förslaget till reviderad ämnesplan står det inget i kunskapskraven om hur det centrala innehållet ska relateras till dem. Det står till exempel ingenting om vilka begrepp som är grundläggande i de olika delarna av det centrala innehållet eller vilka procedurer som är grundläggande från de olika centrala innehållen i kurserna. Vilka begrepp som räknas som centrala begrepp i förhållande till kunskapsmålen finns heller inte uttryckt i kommentarmaterialet i den nuvarande versionen (Skolverket, 2019b).

Relevansförmågan om att eleverna skulle kunna sätta in matematiken i historiska och samhälleliga sammanhang är borttagen i målbeskrivningen och kunskapskraven i förslaget till reviderad ämnesplan. Matematikens relevans i kulturhistorien finns fortfarande med i det centrala innehållet i de flesta kurserna och står med i syftesbeskrivningen som något som eleverna ska få kunskaper om.

Stoffträngseln som lärarna kommenterade om (Skolverket, 2018) är en annan sak som Skolverket gick vidare med i den föreslagna revideringen. Det gällde främst kurserna matematik 1 och 4. Tittar man på vad som skiljer mellan dem i de olika versionerna av läroplanen (Appendix C), så för matematik 4 är trigonometri och komplexa tal mycket mer fokuserade i den kursen. Imaginära enheten och komplexa tal nämns inte förrän i matematik 4 i förslag till reviderad ämnesplan medan i den nuvarande versionen så nämns de redan i matematik 2. Det kan hjälpa de elever som läser de olika spåren 3b och 3c och som vill läsa matematik 4 att börja på mer gemensam grund, eftersom de introduceras samtidigt till imaginära enheter och komplexa talplanet. I matematik 4 är dessutom differentialekvationer inte längre en del av kursen i förslag till reviderad kursplan. I och med ändringen i förslag till reviderad ämnesplan där differentialekvationer inte längre ingår i matematik 4 utan det undervisas om först i matematik 5 kan det vara så att den kursen blir mer lätthanterlig då alla elever börjar från början med differentialekvationer.

I matematik 1 är kursernas innehåll reducerade i förslaget till en reviderad ämnesplan på så vis att det mesta av geometrin är flyttad, främst vad gäller bevisföring och olika begrepp som kan användas inom matematisk argumentation. Det är däremot mer fokus på olika begrepp och metoder inom funktionslära jämfört med den nuvarande ämnesplanen. I och med den ökade fokuseringen på funktionslära i förslag till reviderad ämnesplan kan det hjälpa att minska svårigheter i progression mellan kurserna matematik 1 och 2 då matematik 2 också innehåller funktionslära.

5.7 Egna reflektioner

Den föreslagna revideringen av ämnesplanen skiljer sig åt i de värdeord som används i kunskapskraven, de är utbytta i de allra flesta fallen. Även om värdeorden som används kan motsvara varandra i vissa avseenden kan det fortfarande uppstå olika tolkningar av vad de betyder beroende på undervisande lärare eller överenskommelser inom skolan eller arbetslaget. Till exempel i procedurförmågan har det ändrats från att eleven, på E-nivå, ska kunna ”**några enkla** procedurer”, och lösa standarduppgifter ”med **viss säkerhet”** till att eleven ska kunna ”**grundläggande** procedurer” och lösa standarduppgifter ”med **tillfredsställande** säkerhet”. Vilken skillnad som finns mellan ”**några enkla**” procedurer och ”**grundläggande**” procedurer är inte helt klart utifrån förslaget som det såg ut när Skolverket publicerade det (Skolverket, 2019a). Det kan fortfarande finnas samma problem som tidigare i och med att det inte klargörs vilka procedurer som är grundläggande i revideringen på samma sätt som att det inte var klargjort hur många, eller vilka, procedurer som räknades som enkla. Även i stegringen mellan betygsnivåer kan det uppstå oklarheter. För att fortsätta med procedurförmågan, ska eleverna gå från att kunna ”**grundläggande**” procedurer på E-nivå till att kunna ”**ett omfattande antal**” procedurer på C-nivå i förslaget till reviderad ämnesplan. I nuvarande version på C-nivå ska eleven kunna ”**flera**” procedurer. Vilken skillnad det är i mängd mellan ett omfattande antal procedurer för att få betyg C och de grundläggande procedurer som krävs för att uppnå betyg E är inte tydligt och inget som specificeras i förslaget till reviderad ämnesplan. Det är heller inte klart om det är tydligare med att eleven ska kunna ett ”omfattande antal” procedurer i motsats till ”flera” procedurer. Skolverket eller regeringen kan komma med förtydligande i form av kommentarmaterial om revideringen antas, i annat fall är problemet med tolkningsfrihet som nämndes i början inte helt åtgärdat. Risken finns då att det fortfarande uppstår meningsskiljaktigheter i om eleven kan tillräckligt många procedurer för att nå C-nivå istället för E-nivå inom procedurförmågan, och den som blir lidande i slutändan är eleven. Istället för att eleven ska uppnå en viss given nivå på sina matematiska kunskaper för att få ett betyg handlar det istället om att den ska uppnå en nivå som en viss lärare anser vara tillräckliga. Denna tolkningsfrihet kvarstår alltså till stor del i kunskapskraven. Det blir färre värdeord att tolka, men de som förekommer kan fortfarande tolkas på olika sätt. I det centrala innehållet är det som tidigare skrivet i diskussionen tydligare uttryckt vilka begrepp inom de olika delarna av det centrala innehållet som ska beröras i undervisningen. Ur den aspekten skulle revideringen kunna minska ojämlikheter i det material som undervisas i olika klasser och skolor.

Eftersom Skolverkets förslag var att en eventuell revidering skulle börja gälla från höstterminen år 2020 (Skolverket, 2019c, s. 2) finns det en risk att matematikundervisningen inte kommer att hinna ändras till stor del. Förslaget lämnades över till regeringen i december 2019 och regeringen skulle alltså behöva diskuteras förslaget, besluta ifall det ska godkännas eller ej, och implementera revideringen inom loppet av dryga sex månader. Eftersom Sverige i nuläget inte heller har någon statlig granskning av läromedel (Johnsson Harrie, 2009, s. 14) är det svårt att säga i vilken omfattning de hinner göras om i tid för att kunna användas inom ramen för en ny matematikundervisning. Möjligheten finns att en snabb ändring innebär att skolan och undervisningen inte hinner ställa om helt inom den föreslagna tiden och matematikundervisningen skulle inte påverkas i någon större utsträckning till en början. En risk är att både läromedel och ändringar i det matematiska innehållet inte kommer att implementeras på något bra sätt alls på grund av en snäv tidsram och den enda ändringen som kan användas på en gång skulle i så fall vara de ändrade kunskapskraven då de inte kräver någon omställning i uppbyggnad av kurser eller läromedel. Påverkan på matematikundervisningen är i det fallet att vissa kunskapskrav kan vara lättare att uppnå då de är kortare beskrivna och vissa delar är borttagna. Beroende på tolkning av kunskapskraven kan det innebära att vissa betyg är lättare att uppnå. Det gäller inte minst för att ett kunskapskrav är borttaget, och det är färre förmågor och kunskapskrav att ta hänsyn till vid betygssättning. De ändrade kunskapskraven kan också innebära ett förtydligande då de är annorlunda skrivna och organiserade och med färre faktorer att ta hänsyn till och tolka skulle då betygssättningen ha förutsättning att bli mer enhetlig.

Hur väl förslaget till reviderad ämnesplan implementeras i skolan kommer till stor del också bero på hur det tas emot bland rektorer, lärare och andra yrkespersoner som kommer att använda ämnesplanen. En av de faktorer som påverkar i vilken takt som ändringar i matematikundervisning sker är just hur väl det tas emot av yrkespersoner men också samhället i stort enligt de teorier som beskrevs av Dirks och Robitaille (1982). Det är alltså svårt att på förhand förutse i vilken grad en eventuell revidering av ämnesplanen kommer att användas, även om den godkänns av regeringen och införs i skolan. Värt att nämna är dock att om man tittar på ämnesinnehållet och förmågorna i de olika versionerna av ämnesplanen är de i nuvarande version mer lika den bild som beskrivs i *Principles and Standards* National Counsil of Teachers of Mathematics (2000) jämfört med hur det ser ut i förslaget till reviderad ämnesplan. Samtidigt kan man se att många av de kommentarer som lärarna gav om de olika delarna av ämnesplanen i förberedelsearbetet av revideringen i någon mån genomförts. Förslaget till revideringen kan då ses som en bättre spegling av det som i Sverige och i den svenska skolan anses vara en bra matematikundervisning och hur den ska bedrivas.

Med de sätt att se på vilka faktorer som driver på ändringar i läroplaner, eller ämnesplaner, skulle denna revidering drivas av pedagogiska, ämnesmässiga eller samhälleliga faktorer (Gjone, 2001; Dirks & Robitaille, 1982,). Synen på matematik bland lärare i Sverige och hur en ämnesplan ska vara uppbyggd stämmer bättre överens med förslaget till en reviderad ämnesplan enligt de kommentarer som gavs (Skolverket, 2018) och då är sannolikheten större att den kommer att tas bättre emot än den nuvarande versionen som enligt Skolverket fick en del kritik från lärarkåren. Den nuvarande versionen av ämnesplanen kan istället anses ha drivits på av politiska faktorer eftersom den kom till efter en utredning som anstiftades av regeringen. Även om den utredningen också tog synpunkter från skolor och kan ha haft pedagogiska krafter som drev på den, var den behovsinventering som Skolverket gjorde inför detta revideringsförslag baserat på att nuvarande ämnesplan fått mycket kritik. Vikten av att lärare och yrkespersoner inom skolan fått säga sitt medförde alltså i högre grad att ett förslag till en revidering kom till.

6. Slutsats

En aspekt av läroplaner och hur de införlivas i undervisningen som inte nämndes av Skolverket eller lärarna, men som ändå har en inverkan på hur ämnesplaner implementeras är läromedel, och nämns därför i korthet. För gymnasiet står det i skollagen ingenting om de böcker som används annat än att de ska vara avgiftsfria för eleverna och ge en tidsenlig utbildning (Sveriges Riksdag, 2019b, kap 15, 17§). Sverige hade en statlig granskning av läromedel mellan 1938 och 1991 genom olika myndigheter. Granskningarna var inriktade på läromedlets pris, objektivitet, överensstämmelse med kursplan med mera. Efter 1991 har det inte funnits någon statlig granskning av läromedel (Johnsson Harrie, 2009, s. 12–14). Dock har det nyligen påbörjats en utredning om statens roll i förhållande till läromedlen i den svenska skolan, (Regeringen, 2019). I Sverige har det tidigare genomförts undersökningar som visat att lärare till stor del använder läromedel, eller läroböcker, väldigt frekvent i sin matematikundervisning. Den vanliga uppbyggnaden av läroböcker i matematik är förklaring av ett begrepp, följt av exempel och sedan övningar och många böcker fokuserar mycket på övningar (Johansson, 2003, s. 20–22).

I och med att det centrala innehållet till viss del ändras i de olika kurserna i förslaget till en reviderad ämnesplan är det också troligt att läroböcker kan behöva skrivas om för att de ska överensstämma med de nya kursplanerna. Läromedel blir en tolkning av den ämnesplan som finns, och använder skolor olika läromedel kommer heller inte eleverna att få samma undervisning om lärarna i stor utsträckning undervisar i linje med de läromedel de har till förfogande. Utan granskning på central nivå finns det heller ingen garanti för att författarna till läromedlen tolkar läroplanen så som Skolverket tänkt. Läromedlen kan därmed också påverka den grad som den eventuella revideringen kommer att implementeras i undervisningen. Skolverkets förslag för revideringen är att den ska gälla från läsåret 2020/2021, alltså från hösten 2020. Det kan lämna ett ganska kort utrymme för nya läromedel att författas, och för skolor att avgöra vilket av de som finns tillgängliga som passar bäst för undervisningen på skolan.

För att koppla till de frågor som uppsatsen sökte besvara, kommer förslaget till reviderad ämnesplan i matematik att innebära ett antal skillnader ifall den godkänns av regeringen. Läroplansmodellen kommer att ändras, men på vilket sätt beror på det teoretiska ramverk man utgår ifrån. Baserat på de teorier som har använts i denna uppsats kommer en revidering av ämnesplanen i matematik leda till att den kommer att bli mer ämnesfokuserad än den varit tidigare, då den fokuserat mer på den lärande. En revidering av ämnesplanen kommer också att vara mer inriktad på ren matematik jämfört med tidigare då formuleringar både i syftestexter och centralt innehåll betonar faktakunskaper framför förmågan att kunna sätta in matematik i andra ämnen och fenomen i vardagen. Som svar på en av frågorna som var i fokus i denna uppsats så har det i förslaget till revidering alltså skett en ändring i form av att fokus i ämnesplanen ändrats. Det har gått från att fokusera på den lärande och att utveckla dennes förmågor till att fokusera mer på ämnet matematik och sträva efter att eleven kan vissa givna matematiska fakta och procedurer för att uppnå ett visst betyg i en kurs.

Ytterligare en sak som har skett i förslaget till en reviderad ämnesplan är att förmågorna, och kunskapskraven som hör ihop med förmågorna, är ändrade. Kunskapskraven är kortare beskrivna och har i vissa fall minskat kraven för att eleverna ska uppnå betyg i den förmågan. Det ses inte minst på modelleringsförmågan där det i kunskapskraven inte längre krävs att eleven ska utvärdera sina egna modeller utan enbart formulera och applicera modeller för att lösa ett problem. Det kan givetvis fortfarande krävas för att få ett högre betyg beroende på hur en lärare tolkar kunskapskraven men ordagrant är det inte ett krav enligt Skolverket på samma sätt som i nuvarande version. En förmåga är helt borttagen, relevansförmågan, som kunskapskrav även om den fortfarande har viss roll i ämnesplanen i form av att det finns kvar i centrala innehållet att undervisa om matematikens roll i vår historia och i samhället.

Den andra frågan som denna uppsats skulle besvara var huruvida matematikundervisningen kan tänkas påverkas av den föreslagna revideringen. Enligt det förslag som publicerats på Skolverkets hemsida kommer en revidering att innebära vissa skillnader i det matematiska innehållet och i vilken ordning som det undervisas. Vissa områden, så som grafteori eller geometri, är borttagna eller reducerade i omfång. En revidering kommer på så sätt att ändra de matematiska kunskaper som eleverna kommer att få genom skolgången. Vissa områden, framförallt komplexa tal, är dessutom flyttade från tidigare kurser, som är obligatoriska för eleverna, till senare kurser som är valbara för elever som studerar vissa gymnasieprogram. Kurserna är även tydligare indelade i olika områden i förslaget till revidering av ämnesplanen. Det gäller främst kursen matematik 5, som i förslaget till revidering är den kursen som introducerar och använder differentialekvationer, och kursen matematik 4, där komplexa talen introduceras för att användas i trigonometriska formler och beräkningar. Förslaget till en reviderad ämnesplan kan på detta sätt sägas vara mindre matematiskt allmänbildande eftersom färre antal elever får ta del av olika delar av matematiken. Förslaget till reviderad ämnesplan kan å andra sidan sägas vara tydligare i hur kurserna är uppbyggda vilket kan gynna eleverna för det som introduceras i en kurs kommer också att användas och det är inte ”överflödiga” delar som undervisas i kurserna. För de elever som läser alla kurser som gymnasiet erbjuder kommer revideringen inte innebära stor skillnad i det matematiska innehållet bortsett från de delar som har reducerats eller tagits bort.

Mot bakgrund av det som sades redan i utredningen inför Gy11 om att den grad med vilken en ämnesplan kan implementeras beror på den tid som finns till förfogande och hur realistiska de föreskrivna ändringarna är, samt hur tydlig ändringen är med avseende på förklarande texter och kommentarmaterial så lämnar detta förslag till revidering av ämnesplanen en del att önska. Mängdmässigt är den realistisk att genomföra i det avseendet att det matematiska stoffet som ska undervisas i skolan inte ökar, utan snarare minskar. Däremot, som det sägs ovan, kan det vara mindre realistiskt att genomföra det som revideringen föreslår i fråga om den tid som finns till förfogande. Det kommer även att krävas en del förtydliganden i form av kommentarmaterial för att förklara på vilket sätt som de nya värdeorden som används är annorlunda och hur de ska tolkas i förhållande till de kunskapskrav där de används.

Det som Skolverket skrev att de ville uppnå med revideringen av ämnesplanerna var att fakta och förståelse skulle betonas mer. Diskussionen i uppsatsen har visat att de ändringar som skett i formuleringen gjort att en eventuell revidering enligt förslaget kommer att innebära ett ökat fokus på fakta i matematiken och en syn på matematiken som viktigt ämne för eleverna att kunna, snarare än något som diskuteras i förhållande till samhället utanför klassrummet. I vilken grad förståelsen betonas i en revidering beror på det ramverk man använder. Enligt de idealtyper som använts i analyserna i denna uppsats är svaret på den frågan i de flesta fall jakande. Utifrån de teorier och ramverk som har använts i denna uppsats skulle Skolverket då ha uppnått de mål som de hade.

7. Källor

Babadogan, Cem & Olkun, Sinan (2006). Program Development Models and Reform in Turkish Primary School Mathematics Curriculum. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning.* http://www.cimt.org.uk/journal/index.htm

Bergström, Göran. & Svärd, Per-Anders (2018). Idé- och ideologianalys. I Kristina Boréus & Göran Bergström (Red.) *Textens mening och makt: metodbok i samhällsvetenskaplig text- och diskursanalys.* Lund: Studentlitteratur.

Cai, Jinfa. & Ding, Meixia (2015). On mathematical understanding: perspectives of experienced Chinese mathematics teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *vol 20*, 5–29.

Christoffersen, Line. & Johannessen, Asbjørn (2015). *Forskningsmetoder för lärarstudenter.* Lund: Studentlitteratur.

Dirks, Michael & Robitaille, David (1982). Models for the Mathematics Curriculum. *For the Learning of Mathematics*, *2*(3), 3–21.

Gjone, Gunnar (2001). Läroplaner och läroplansutveckling i matematik. I Grevholm, Barbro (Red.) *Matematikdidaktik–ett nordiskt perspektiv.* Lund: Studentlitteratur.

Handal, Boris & Herrington, Anthony (2003). Mathematics teachers' beliefs and curriculum reform. *Mathematics Education Research Journal, 15*(1), 59–69.

Jahnke, Anette (2016). *Skolans och förskolans matematik – kunskapssyn och praktik.* Lund: Studentlitteratur.

Johansson, Monica (2003). *Textbooks in mathematics education: A study of textbooks as the potentially implemented curriculum.* Luleå: Luleå University of Technology.

Johnsson Harrie, Anna (2009). *Staten och läromedlen - En studie av den svenska statliga förhandsgranskningen av läromedel 1938–1991.* Linköping: Linköpings universitet.

Larsen, Ann Kristin (2009). *Metod helt enkelt: en introduktion till samhällsvetenskaplig metod.* Malmö: Gleerups.

National Counsil of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and Standards for School Mathematics.* Reston: The National Counsil of Teachers of Mathematics

Nationellt Centrum för Matematikutbildning, NCM (2019). Hämtat den 2 dec, 2019 från: http://ncm.gu.se/styrdokument

Regeringen (2019). *Ny utredning om statens roll när det gäller läromedel i svensk skola.* Hämtat den 10 dec, 2019 från: https://www.regeringen.se/pressmeddelanden/2019/11/ny-utredning-om-statens-roll-nar-det-galler-laromedel-i-svensk-skola/.

Skolverket (2002). *Bildning och kunskap – Särtryck ut läroplanskommitténs betänkande skola för bildning (SOU 1992:94).* Stockholm: Skolverket.

Skolverket (2018). *Fritextsvar från enkäten, dnr 6.1.1-2018:393*. Stockholm: Skolverket

Skolverket (2019a). *Förslag till revidering 25 sep, 2019*. Hämtat den 30 sep, 2019 från: https://www.skolverket.se/om-oss/var-verksamhet/skolverkets-prioriterade-omraden/sa-arbetar-vi-med-att-revidera-kurs--och-amnesplanerna#Text3.

Skolverket (2011). *Gymnasieskola 2011*. Stockholm: Skolverket. Hämtat 16 dec, 2019 från: https://www.skolverket.se/publikationsserier/styrdokument/2011/gymnasieskola-2011.

Skolverket (2019b) *Kommentarmaterial gymnasieskolan matematik*. Stockholm: Skolverket. Hämtat 17 dec, 2019 från: https://www.skolverket.se/undervisning/kommentarer/kommentarmaterial.

Skolverket (2019c). *Konsekvensutredning avseende förslag till ändringar i kursplanerna och kunskapskraven i samtliga ämnen i grundskolan och sameskolan, vissa ämnen i specialskolan samt vissa ämnesplaner på gymnasial nivå. Dnr 2019:00173, 2019:00770*. Stockholm: Skolverket.

Skolverket (2019d). *Matematik*, SKOLFS 2010:261. Hämtat 19 nov, 2019 från: https://www.skolverket.se/undervisning/gymnasieskolan/laroplan-program-och-amnen-i-gymnasieskolan/gymnasieprogrammen/amne?url=1530314731%2Fsyllabuscw%2Fjsp%2Fsubject.htm%3FsubjectCode%3DMAT%26tos%3Dgy&sv.url=12.5dfee44715d35a5cdfa92a3#anchor1.

Skolverket (2019e). *Skollagen och förordningar*. Hämtat den 4 dec, 2019 från: https://www.skolverket.se/regler-och-ansvar/skollagen-och-forordningar.

Statens offentliga utredningar (2008a). *Framtidsvägen – en reformerad gymnasieskola*. Stockholm: Regeringskansliet.

Statens offentliga utredningar (2008b). *Framtidsvägen – en reformerad gymnasieskola, Bilagedel*. Stockholm: Regeringskansliet.

Sveriges riksdag (2019a). *Beslutar om lagar*. Hämtat den 2 dec, 2019 från: https://www.riksdagen.se/sv/sa-funkar-riksdagen/riksdagens-uppgifter/beslutar-om-lagar/.

Sveriges riksdag (2019b). *Skollag (2010:800).*Hämtat 5 dec, 2019 från: https://www.riksdagen.se/sv/dokument-lagar/dokument/svensk-forfattningssamling/skollag-2010800_sfs-2010-800.

Wahlström, Ninni (2015). *Läroplansteori och didaktik*. Malmö: Gleerups.

Watson, Anne (2002). What does it mean to understand something and how do we know when it has happened? I Linda Haggarty (Red.) *Teachings Mathematics in Secondary schools: a Reade*. London: Routledge.

Östman, Tove & Bråting, Kajsa (2019). Dewey and mathematical practice: revisiting the distinction between procedural and conceptual knowledge. *Journal of Curriculum Studies 51*(4), 457–470.

Appendix

A. Jämförelse av beskrivning av matematik, syfte och målbeskrivningar

Tabellerna jämför den beskrivning av matematik som finns i de olika versionerna, syftet med undervisning i ämnet, och de mål som finns beskrivna i de olika versionerna av läroplanerna (Skolverket, 2019d; Skolverket, 2019a).

Nuvarande ämnesplan	Förslag till reviderad ämnesplan
Beskrivning:	
Matematiken har en flertusenårig historia med bidrag från många kulturer. Den utvecklas såväl ur praktiska behov som ur människans nyfikenhet och lust att utforska matematiken som sådan. Kommunikation med hjälp av matematikens språk är likartad över hela världen. I takt med att samhället digitaliseras används matematiken i alltmer komplexa situationer. Matematik är även ett verktyg inom vetenskap och för olika yrken. Ytterst handlar matematiken om att upptäcka mönster och formulera generella samband.	Matematiken har en flertusenårig historia med bidrag från många kulturer. Den utvecklas såväl ur praktiska behov som ur människans nyfikenhet och lust att utforska matematiken som sådan. Kommunikation med hjälp av matematikens språk är likartad över hela världen. I takt med att samhället digitaliseras används matematiken i alltmer komplexa situationer. Matematik är även ett verktyg inom vetenskap och för olika yrken. Ytterst handlar matematiken om att upptäcka mönster och formulera generella samband.
Syfte:	
Undervisningen i ämnet matematik ska syfta till att eleverna utvecklar förmåga att arbeta matematiskt. Det innefattar att utveckla förståelse av matematikens begrepp och metoder samt att utveckla olika strategier för att kunna lösa matematiska problem och använda matematik i samhälls- och yrkesrelaterade situationer. I undervisningen ska eleverna ges möjlighet att utmana, fördjupa och bredda sin kreativitet och sitt matematikkunnande. Vidare ska den bidra till att eleverna utvecklar förmåga att sätta in matematiken i olika sammanhang och se dess betydelse för individ och samhälle. Undervisningen ska innehålla varierade arbetsformer och arbetssätt, där undersökande aktiviteter utgör en del. När så är lämpligt ska undervisningen ske i relevant praxisnära miljö och med verktyg som används inom karaktärsämnena. Undervisningen ska ge eleverna möjlighet att kommunicera med olika uttrycksformer. Vidare ska den ge eleverna utmaningar samt erfarenhet av matematikens logik,	Undervisningen i ämnet matematik ska syfta till att eleverna utvecklar förmåga att arbeta matematiskt. Det innefattar att utveckla förståelse av matematikens begrepp och metoder samt att utveckla olika strategier för att kunna lösa matematiska problem och använda matematik i samhälls- och yrkesrelaterade situationer. I undervisningen ska eleverna ges möjlighet att utmana, fördjupa och bredda sin kreativitet och sitt matematikkunnande. Vidare ska den bidra till att eleverna utvecklar kunskap om matematikens betydelse och användning inom andra ämnen, i ett yrkesmässigt, samhälleligt och historiskt sammanhang. Undervisningen ska innehålla varierade arbetsformer och arbetssätt, där undersökande aktiviteter utgör en del. När så är lämpligt ska undervisningen ske i relevant praxisnära miljö och med verktyg som används inom karaktärsämnena. Undervisningen ska ge eleverna möjlighet att kommunicera med olika uttrycksformer. Vidare ska den ge eleverna utmaningar och

generaliserbarhet, kreativa kvaliteter och mångfacetterade karaktär. Undervisningen ska stärka elevernas tilltro till sin förmåga att använda matematik i olika sammanhang samt ge utrymme åt problemlösning som både mål och medel. I undervisningen ska eleverna dessutom ges möjlighet att utveckla sin förmåga att använda digitala verktyg för att lösa problem, fördjupa sitt matematikkunnande och utöka de områden där matematikkunnandet kan användas.	erfarenhet av matematikens logik, generaliserbarhet, kreativa kvaliteter och mångfacetterade karaktär. Undervisningen ska stärka elevernas tilltro till sin förmåga att använda matematik i olika sammanhang och ge utrymme åt problemlösning som både mål och medel. I undervisningen ska eleverna dessutom ges möjlighet att utveckla sin förmåga att använda digitala verktyg för att lösa problem, fördjupa sitt matematikkunnande och utvidga de områden där matematikkunnandet kan användas.
Mål:	
Undervisningen i matematik ska ge eleverna förutsättningar att utveckla förmåga att:	**Undervisningen i ämnet matematik ska ge eleverna förutsättningar att utveckla följande:**
Använda och beskriva innebörden av matematiska begrepp samt samband mellan begreppen	Förmåga att använda matematiska begrepp och samband mellan begrepp.
Hantera procedurer och lösa uppgifter av standardkaraktär utan och med verktyg	Förmåga att hantera procedurer och lösa uppgifter av standardkaraktär utan och med verktyg.
Formulera, analysera och lösa matematiska problem samt värdera valda strategier, metoder och resultat.	Förmåga att analysera och lösa matematiska problem.
Tolka en realistisk situation och utforma en matematisk modell samt använda och utvärdera en modells egenskaper och begränsningar.	Förmåga att tillämpa, formulera och utvärdera matematiska modeller.
Följa, föra och bedöma matematiska resonemang.	Förmåga att föra och följa matematiska resonemang
Kommunicera matematiska tankegångar muntligt, skriftligt och i handling.	Förmåga att kommunicera matematik muntligt, skriftligt och i handling.
Relatera matematiken till dess betydelse och användning inom andra ämnen, i ett yrkesmässigt, samhälleligt och historiskt sammanhang.	

B. Jämförelse av kunskapskrav

Kunskapskraven i matematik. Grunden för kunskapskraven är de som gäller för matematik 1b–matematik 2c. Det som är tillagt inom parentes utan att vara understruket är det som läggs till i kunskapskraven för matematik 3b–matematik Specialisering. Det som står inom parentes och är understruket är det som gäller för kursen matematik 1a. Hämtat från nuvarande version av ämnesplanen (Skolverket, 2019d) och förslaget till revidering (Skolverket, 2019a). För den nuvarande ämnesplanen är kunskapskraven skrivna som en sammanhängande text, att jämföra med förslaget till reviderad ämnesplan där kraven står i egna stycken. Den uppdelning som gjorts för att matcha nuvarande ämnesplan med förslag till reviderad ämnesplan är då en egen tolkning och ingen uppdelning som gjorts av Skolverket. Misstag eller olika åsikter om vilka delar av kunskapskraven som hör till vilken förmåga kan därför förekomma.

Nuvarande ämnesplan	**Förslag till reviderad ämnesplan**
Betyg E	**Betyg E**
Eleven kan **översiktligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **några** representationer samt **översiktligt** beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med viss säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med viss säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnena **i bekanta situationer**. (Eleven kan **med viss säkerhet** visa innebörden av centrala begrepp i handling samt **översiktligt** beskriva innebörden av dem med **någon** annan representation. Dessutom växlar eleven **med viss säkerhet** mellan dessa representationer. Eleven kan **med viss säkerhet** använda begrepp för att lösa matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnena **i bekanta situationer**. I arbetet hanterar eleven **några enkla** procedurer, upptäcker misstag och löser uppgifter av standardkaraktär **med viss säkerhet**, både utan och med digitala och andra praxisnära verktyg.)	Eleven beskriver **grundläggande** begrepp och samband mellan begrepp samt använder dem med **tillfredsställande** säkerhet.
I arbetet hanterar eleven **några enkla** procedurer (upptäcker misstag) och löser uppgifter av standardkaraktär **med viss säkerhet**, både utan och med digitala (och andra praxisnära) verktyg.	Eleven hanterar **grundläggande** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär med **tillfredsställande** säkerhet, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa (praxisnära) matematiska problem **av enkel karaktär**. Dessa problem inkluderar **ett fåtal** begrepp och kräver **enkla** tolkningar.	Eleven löser matematiska problem av **enkel** karaktär inom kursens olika områden. Eleven utvärderar resultatens rimlighet.
I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att tillämpa **givna** matematiska modeller. Eleven kan med **enkla** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier och metoder. (I arbetet gör eleven om lämpliga delar av problemsituationer i karaktärsämnena till matematiska formuleringar genom att **informellt** tillämpa **givna** matematiska modeller. Eleven kan med **enkla** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier och metoder.)	Eleven tillämpar och formulerar matematiska modeller i problem av **enkel** karaktär.
Eleven kan föra **enkla** matematiska resonemang och värdera med **enkla** omdömen egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden.	Eleven för **enkla** matematiska resonemang och följer **enkla** matematiska resonemang.
Dessutom uttrycker sig eleven **med viss säkerhet** i tal, skrift och handling **med inslag av** matematiska symboler och andra representationer. (Dessutom uttrycker sig eleven **med viss säkerhet** i tal, enkel skrift och handling **med inslag av** matematiska representationer.)	Eleven uttrycker sig med matematiska symboler och andra representationer på ett **i huvudsak fungerande** sätt.
Genom att ge exempel relaterar eleven något i **kursens innehåll** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **enkla** resonemang om exemplens relevans.	
Betyg C	**Betyg C**
Eleven kan **utförligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **några** representationer samt **utförligt** beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med viss säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med viss säkerhet använda** begrepp och samband mellan begrepp för att lösa matematiska	Eleven beskriver **ett omfattande antal** begrepp och samband mellan begrepp samt använder dem med **god** säkerhet.

problem och problemsituationer i karaktärsämnena. (Eleven kan **med viss säkerhet** visa innebörden av centrala begrepp i handling samt **utförligt** beskriva innebörden av dem med **några** andra representationer. Dessutom växlar eleven **med viss säkerhet** mellan dessa representationer. Eleven kan **med viss säkerhet** använda begrepp för att lösa matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnena.)	
I arbetet hanterar eleven **flera** procedurer (, **inklusive avancerade aritmetiska och algebraiska uttryck**,) och löser uppgifter av standardkaraktär **med säkerhet**, både utan och med digitala verktyg. (I arbetet hanterar eleven **flera** procedurer, upptäcker **och korrigerar** misstag samt löser uppgifter av standardkaraktär **med säkerhet**, både utan och med digitala och andra praxisnära verktyg.)	Eleven hanterar **ett omfattande antal** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär med **god** säkerhet, både utan och med digitala verktyg. (**Eleven hanterar avancerade uttryck med god säkerhet.**)
Eleven kan formulera, analysera och lösa (praxisnära) matematiska problem. Dessa problem inkluderar **flera** begrepp och kräver **avancerade** tolkningar.	Eleven löser matematiska problem av **relativt komplex** karaktär inom kursens olika områden. Eleven utvärderar resultatens rimlighet.
I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att **välja och** tillämpa matematiska modeller. Eleven kan med **enkla** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier, metoder **och alternativ till dem**. (I arbetet gör eleven om lämpliga delar av problemsituationer i karaktärsämnena till matematiska formuleringar genom att **välja och** tillämpa matematiska modeller. Eleven kan med **enkla** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier, metoder **och alternativ till dem**.)	Eleven tillämpar och formulerar matematiska modeller i problem av **relativt komplex** karaktär.
Eleven kan föra **välgrundade** matematiska resonemang och värdera med **nyanserade** omdömen egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. (**Vidare kan eleven genomföra enkla matematiska bevis**.)	Eleven för **relativt väl underbyggda** matematiska resonemang (**, genomför enkla bevis**) och följer **relativt avancerade** matematiska resonemang.

(Eleven kan föra **välgrundade** matematiska resonemang och med **nyanserade** omdömen värdera egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden.)	
Dessutom uttrycker sig eleven **med viss säkerhet** i tal, skrift och handling **samt använder** matematiska symboler och andra representationer **med viss anpassning till syfte och situation**.	Eleven uttrycker sig med matematiska symboler och andra representationer på ett **till stor del tydligt och korrekt** sätt.
Genom att ge exempel relaterar eleven något i **några av kursens delområden** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **välgrundade** resonemang om exemplens relevans.	
Betyg A	**Betyg A**
Eleven kan **utförligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **flera** representationer samt **utförligt** beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa **komplexa** matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnena. (Eleven kan **med säkerhet** visa innebörden av centrala begrepp i handling samt **utförligt** beskriva innebörden av dem med **flera** andra representationer. Dessutom växlar eleven **med säkerhet** mellan dessa olika representationer. Eleven kan **med säkerhet** använda begrepp för att lösa **komplexa** matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnena.)	Eleven beskriver **ett omfattande antal** begrepp och samband mellan begrepp samt använder dem med **mycket god** säkerhet.
I arbetet hanterar eleven **flera** procedurer (, **inklusive avancerade aritmetiska och algebraiska uttryck**,) och löser uppgifter av standardkaraktär **med säkerhet och på ett effektivt sätt**, både utan och med digitala verktyg. (I arbetet hanterar eleven **flera** procedurer, upptäcker **och korrigerar** misstag samt löser uppgifter av standardkaraktär **med**	Eleven hanterar **ett omfattande antal** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär med **mycket god** säkerhet, både utan och med digitala verktyg. (**Eleven hanterar avancerade uttryck med mycket god säkerhet.)**

säkerhet och på ett effektivt sätt, både utan och med digitala och andra praxisnära verktyg.)	
Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem **av komplex karaktär**. Dessa problem inkluderar **flera** begrepp och kräver **avancerade** tolkningar. **I problemlösning upptäcker eleven generella samband som presenteras med symbolisk algebra**. (Eleven kan formulera, analysera och lösa praxisnära matematiska problem **av komplex karaktär**. Dessa problem inkluderar **flera** begrepp och kräver **avancerade** tolkningar. **I problemlösning upptäcker eleven generella samband som presenteras med retorisk algebra**.)	Eleven löser matematiska problem av **komplex** karaktär inom kursens olika områden. Eleven utvärderar resultatens rimlighet.
I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att **välja**, tillämpa **och anpassa** matematiska modeller. Eleven kan utvärdera med **nyanserade** omdömen resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier, metoder **och alternativ till dem**. (I arbetet gör eleven om lämpliga delar av problemsituationer i karaktärsämnena till matematiska formuleringar genom att **välja**, tillämpa **och anpassa** matematiska modeller. Eleven kan med **nyanserade** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier, metoder **och alternativ till dem**.)	Eleven tillämpar och formulerar matematiska modeller i problem av **komplex** karaktär.
Eleven kan föra **välgrundade och nyanserade** matematiska resonemang, värdera med **nyanserade** omdömen **och vidareutveckla** egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. (**Vidare kan eleven genomföra matematiska bevis**.) (Eleven kan föra **välgrundade och nyanserade** matematiska resonemang och med **nyanserade** omdömen värdera egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden.)	Eleven för **väl underbyggda** matematiska resonemang (, **genomför bevis**) och följer **avancerade** matematiska resonemang.

Dessutom uttrycker sig eleven **med säkerhet** i tal, skrift och i handling **samt använder** matematiska symboler och andra representationer **med god anpassning till syfte och situation**.	Eleven uttrycker sig med matematiska symboler och andra representationer på ett **tydligt och korrekt** sätt.
Genom att ge exempel relaterar eleven något i **några av kursens delområden** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **välgrundade och nyanserade** resonemang om exemplens relevans.	

C. Jämförelse av centralt innehåll

Följande är en jämförelse av det centrala innehållet i den nuvarande ämnesplanen (Skolverket, 2019d) och förslaget till den reviderade ämnesplanen (Skolverket, 2019a) för att se vad som är ändrat. Det är ingen definitiv eller perfekt jämförelse, utan en subjektiv tolkning av vilka av områdena som liknar varandra så pass mycket att de innehållen kan praktiskt taget jämställas. Andra tolkningar kan alltså finnas. Det är strukturerat så att det först står vilken kurs det gäller, sedan vilka huvudkategorier som finns i de olika centrala innehållen. Den nuvarande ämnesplanen är lämnad orörd nästan utan undantag, och de olika punkterna från förslaget till reviderad ämensplan har i de fall som det gått parats ihop med motsvarande punkter i nuvarande ämnesplan. De punkter som står längst ner i förslaget till reviderad ämnesplan är punkter som ej hittats motsvarigheter till bland det centrala innehållet i nuvarande ämnesplan.

Matematik 1a	
Nuvarande ämnesplan	**Förslag till reviderad ämnesplan**
Taluppfattning, aritmetik och algebra **Geometri** **Samband och förändring** **Sannolikhet och statistik** **Problemlösning**	**Matematik inom karaktärsämnen och yrkesliv** **Aritmetik, algebra och funktioner** **Sannolikhet och statistik** **Problemlösning, verktyg och tillämpningar**
Taluppfattning, aritmetik och algebra	
Metoder för beräkningar med reella tal skrivna på olika former inom vardagslivet och karaktärsämnena, inklusive överslagsräkning, huvudräkning och uppskattning samt strategier för att använda digitala verktyg. (**Taluppfattning, aritmetik och algebra**)	Hantering av formler som är relevanta för karaktärsämnen och yrkesliv. (**Matematik inom karaktärsämnen och yrkesliv**)
Strategier för att använda hjälpmedel från karaktärsämnena, till exempel formulär, mallar, tumregler, föreskrifter, manualer och handböcker. (**Taluppfattning, aritmetik och algebra**)	Hjälpmedel och verktyg som är relevanta för att hantera matematik inom karaktärsämnen och yrkesliv, till exempel formulär, mallar, tumregler, föreskrifter, manualer, referensverk och handböcker. (**Matematik inom karaktärsämnen och yrkesliv**)
Hantering av algebraiska uttryck och för karaktärsämnena relevanta formler samt metoder för att lösa linjära ekvationer, såväl med som utan digitala verktyg. (**Taluppfattning, aritmetik och algebra**)	Begreppet linjär funktion och egenskaper hos linjära funktioner. (**Aritmetik, algebra och funktioner**) Metoder för att lösa linjära ekvationer. (**Aritmetik, algebra och funktioner**)
Geometri	
Egenskaper hos och representationer av geometriska objekt, till exempel ritningar,	

praktiska konstruktioner och koordinatsystem. (**Geometri**)	
Geometriska begrepp valda utifrån karaktärsämnenas behov, till exempel skala, vektorer, likformighet, kongruens, sinus, cosinus, tangens och symmetrier. (**Geometri**)	Matematiska begrepp som är relevanta för karaktärsämnen och yrkesliv, till exempel proportionalitet, skala, Pythagoras sats, procent och andelar, indexmått, vinstmarginal, jämvikt, felmarginaler, symmetrier, vektorer och trigonometriska funktioner. (**Matematik inom karaktärsämnen och yrkesliv**)
Metoder för mätning och beräkning av storheter som är centrala för karaktärsämnena. (**Geometri**)	Mätning och hantering av storheter och enheter som är relevanta för karaktärsämnen och yrkesliv, till exempel enhetsbyten, avrundningsprinciper, tidsuppskattningar, beräkning avförbrukningsmaterial, kostnadsberäkningar, säkerhetsmarginaler, hantering av mätverktyg och hantering av mätosäkerheter. (**Matematik inom karaktärsämnen och yrkesliv**)
Enheter, enhetsbyten och behandling av mätetal som är centrala för karaktärsämnena samt hur man avrundar på ett för karaktärsämnena relevant sätt. (**Geometri**)	Beräkningsmetoder som är relevanta för karaktärsämnen och yrkesliv, till exempel uppskattningar, beräkningar på störningar eller mätfel, spill- och svinnberäkningar, överslagsräkning, avrundning, användning av kalkylprogram och metoder för kontrollberäkning. (**Matematik inom karaktärsämnen och yrkesliv**)
Samband och förändring	
Fördjupning av procentbegreppet: promille, ppm och procentenheter. (**Samband och förändring**)	
Begreppen förändringsfaktor och index. Metoder för beräkning av räntor och amorteringar för olika typer av lån med kalkylprogram. (**Samband och förändring**)	Begreppet förändringsfaktor och beräkning av förändringar i flera steg. (**Aritmetik, algebra och funktioner**) Användning av kalkylprogram för beräkning av ränta och amortering. (**Problemlösning, verktyg och tillämpningar**)
Begreppen förhållande och proportionalitet i resonemang, beräkningar, mätningar och konstruktioner. (**Samband och förändring**)	
Skillnader mellan linjära och exponentiella förlopp. (**Samband och förändring**)	Begreppet exponentialfunktion och egenskaper hos exponentialfunktioner, inklusive skillnader och likheter med linjära

	funktioner. (**Aritmetik, algebra och funktioner**)
Sannolikhet och statistik	
Beskrivande statistik med hjälp av kalkylprogram samt granskning av hur statistiska metoder och resultat används i samhället och i yrkeslivet. (**Sannolikhet och statistik**)	Exempel på hur några statistiska begrepp används i samhälle och yrkesliv, inklusive signifikans, korrelation, kausalitet, urvalsmetoder och felkällor. (**Sannolikhet och statistik**)
Begreppen beroende och oberoende händelser samt metoder för beräkning av sannolikheter vid slumpförsök i flera steg med exempel från spel och risk- och säkerhetsbedömningar. (**Sannolikhet och statistik**)	Metoder för att beräkna sannolikheter i flera steg, inklusive exempel från spel, risk- och säkerhetsbedömningar. (**Sannolikhet och statistik**)
Problemlösning	
Strategier för matematisk problemlösning inklusive modellering av olika situationer, såväl med som utan digitala verktyg. (**Problemlösning**)	Användning av digitala verktyg för att effektivisera beräkningar och komplettera metoder, till exempel vid ekvationslösning och hantering av algebraiska uttryck. (**Problemlösning, verktyg och tillämpningar**) Problemlösning som omfattar att upptäcka och uttrycka generella samband. (**Problemlösning, verktyg och tillämpningar**)
Hur matematiken kan användas som verktyg i behandlingen av omfångsrika problemsituationer i karaktärsämnena. Matematikens möjligheter och begränsningar i dessa situationer. (**Problemlösning**)	Tillämpning och formulering av matematiska modeller i realistiska situationer. Utvärdering av matematiska modellers egenskaper och begränsningar. (**Problemlösning, verktyg och tillämpningar**)
Matematiska problem av betydelse för privatekonomi, samhällsliv och tillämpningar i andra ämnen. (**Problemlösning**)	Problemlösning som omfattar begrepp och metoder i kursen, med särskild utgångspunkt i yrkesliv, privatekonomi och samhällsliv. (**Problemlösning, verktyg och tillämpningar**)
Matematiska problem med anknytning till matematikens kulturhistoria. (**Problemlösning**)	Matematiska problem med anknytning till matematikens kulturhistoria. (**Problemlösning, verktyg och tillämpningar**)
	Hantering av algebraiska uttryck, inklusive att faktorisera och multiplicera uttryck. (**Aritmetik, algebra och funktioner**)

	Begreppet funktion. Representationer av funktioner i form av ord, funktionsuttryck, tabeller och grafer. Digitala metoder för att skapa funktionsgrafer. (**Aritmetik, algebra och funktioner**) Metoder för att bestämma funktionsvärden. Digitala och grafiska metoder för att lösa ekvationer av typen f(x) = a. (**Aritmetik, algebra och funktioner**)

Matematik 1b	
Nuvarande ämnesplan	**Förslag till reviderad ämnesplan**
Taluppfattning, aritmetik och algebra **Geometri** **Samband och förändring** **Sannolikhet och statistik** **Problemlösning**	**Aritmetik, algebra och funktioner** **Sannolikhet och statistik** **Problemlösning, verktyg och tillämpningar**
Taluppfattning, aritmetik och algebra	
Egenskaper hos mängden av heltal, olika talbaser samt begreppen primtal och delbarhet. (**Taluppfattning, aritmetik och algebra**)	
Metoder för beräkningar inom vardagslivet och karaktärsämnena med reella tal skrivna på olika former inklusive potenser med heltalsexponenter samt strategier för användning av digitala verktyg. (**Taluppfattning, aritmetik och algebra**)	
Hantering av algebraiska uttryck och för karaktärsämnena relevanta formler, såväl med som utan symbolhanterande verktyg. (**Taluppfattning, aritmetik och algebra**)	Hantering av formler och algebraiska uttryck, inklusive att faktorisera och multiplicera uttryck. (**Aritmetik, algebra och funktioner**)

Begreppet linjär olikhet. (**Taluppfattning, aritmetik och algebra**)	Begreppen intervall och linjär olikhet. Metoder för att lösa linjära olikheter. (**Aritmetik, algebra och funktioner**)
Algebraiska och grafiska metoder för att lösa linjära ekvationer och olikheter samt potensekvationer, såväl med som utan numeriska och symbolhanterande verktyg. (**Taluppfattning, aritmetik och algebra**)	Begreppet linjär funktion och egenskaper hos linjära funktioner. Räta linjens ekvation. Metoder för att bestämma linjära funktioner. (**Aritmetik, algebra och funktioner**) Metoder för att lösa linjära ekvationer. (**Aritmetik, algebra och funktioner**) Motivering och hantering av räkneregler för potenser. Metoder för att lösa potensekvationer. (**Aritmetik, algebra och funktioner**)
Geometri	
Begreppet symmetri och olika typer av symmetriska transformationer av figurer i planet samt symmetriers förekomst i naturen och i konst från olika kulturer. (**Geometri**)	
Representationer av geometriska objekt och symmetrier med ord, praktiska konstruktioner och estetiska uttryckssätt. (**Geometri**)	
Matematisk argumentation med hjälp av grundläggande logik inklusive implikation och ekvivalens samt jämförelser med hur man argumenterar i vardagliga sammanhang och inom olika ämnesområden. (**Geometri**)	
Illustration av begreppen definition, sats och bevis, till exempel med Pythagoras sats och triangelns vinkelsumma. (**Geometri**)	
Samband och förändring	
Fördjupning av procentbegreppet: promille, ppm och procentenheter. (**Samband och förändring**)	
Begreppen förändringsfaktor och index. Metoder för beräkning av räntor och amorteringar för olika typer av lån med kalkylprogram. (**Samband och förändring**)	Begreppet förändringsfaktor och beräkning av förändringar i flera steg. (**Aritmetik, algebra och funktioner**)

	Begreppet index. (**Sannolikhet och statistik**) Användning av kalkylprogram för beräkning av ränta och amortering. (**Problemlösning, verktyg och tillämpningar**)
Begreppen funktion, definitions- och värdemängd samt egenskaper hos linjära funktioner och potens- och exponentialfunktioner. (**Samband och förändring**)	Begreppen funktion, definitionsmängd och värdemängd. Representationer av funktioner i form av ord, funktionsuttryck, tabeller och grafer. Digitala metoder för att skapa funktionsgrafer. (**Aritmetik, algebra och funktioner**) Begreppet potensfunktion. (**Aritmetik, algebra och funktioner**) Begreppet exponentialfunktion och egenskaper hos exponentialfunktioner, inklusive skillnader och likheter med linjära funktioner. (**Aritmetik, algebra och funktioner**)
Representationer av funktioner, till exempel i form av ord, gestaltning, funktionsuttryck, tabeller och grafer. (**Samband och förändring**)	
Skillnader mellan begreppen ekvation, algebraiskt uttryck och funktion. (**Samband och förändring**)	
Sannolikhet och statistik	
Granskning av hur statistiska metoder och resultat används i samhället och inom vetenskap. (**Sannolikhet och statistik**)	Exempel på hur några statistiska begrepp används i samhälle och inom vetenskap, inklusive signifikans, korrelation, kausalitet, urvalsmetoder och felkällor. (**Sannolikhet och statistik**)
Begreppen beroende och oberoende händelser samt metoder för beräkning av sannolikheter vid slumpförsök i flera steg med exempel från spel och risk- och säkerhetsbedömningar. (**Sannolikhet och statistik**)	Metoder för att beräkna sannolikheter i flera steg, inklusive exempel från spel, risk- och säkerhetsbedömningar. (**Sannolikhet och statistik**)
Problemlösning	
Strategier för matematisk problemlösning inklusive modellering av olika situationer,	Tillämpning och formulering av matematiska modeller i realistiska situationer. Utvärdering av matematiska

såväl med som utan digitala verktyg. (**Problemlösning**)	modellers egenskaper och begränsningar. (**Problemlösning, verktyg och tillämpningar**) Användning av digitala verktyg, även symbolhanterande, för att effektivisera beräkningar och komplettera metoder, till exempel vid ekvationslösning och hantering av algebraiska uttryck. (**Problemlösning, verktyg och tillämpningar**)
Matematiska problem av betydelse för privatekonomi, samhällsliv och tillämpningar i andra ämnen. (**Problemlösning**)	Problemlösning som omfattar begrepp och metoder i kursen, med särskild utgångspunkt i karaktärsämnen, privatekonomi och samhällsliv. (**Problemlösning, verktyg och tillämpningar**)
Matematiska problem med anknytning till matematikens kulturhistoria. (**Problemlösning**)	Matematiska problem med anknytning till matematikens kulturhistoria. (**Problemlösning, verktyg och tillämpningar**)
	Metoder för att bestämma funktionsvärden. Digitala och grafiska metoder för att lösa ekvationer av typen f(x) = a. (**Aritmetik, algebra och funktioner**) Problemlösning som omfattar att upptäcka och uttrycka generella samband. (**Problemlösning, verktyg och tillämpningar**)

Matematik 1c	
Nuvarande ämnesplan	**Förslag till reviderad ämnesplan**
Taluppfattning, aritmetik och algebra **Geometri** **Samband och förändring** **Sannolikhet och statistik** **Problemlösning**	**Aritmetik, algebra och funktioner** **Trigonometri och vektorer** **Sannolikhet och statistik** **Problemlösning, verktyg och tillämpningar**
Taluppfattning, aritmetik och algebra	

Egenskaper hos mängden av heltal, olika talbaser samt begreppen primtal och delbarhet. (**Taluppfattning, aritmetik och algebra**)	
Metoder för beräkningar inom vardagslivet och karaktärsämnena med reella tal skrivna på olika former, inklusive potenser med reella exponenter samt strategier för användning av digitala verktyg. (**Taluppfattning, aritmetik och algebra**)	Motivering och hantering av räkneregler för potenser. Metoder för att lösa potensekvationer. (**Aritmetik, algebra och funktioner**)
Generalisering av aritmetikens räknelagar till att hantera algebraiska uttryck, såväl med som utan symbolhanterande verktyg. (**Taluppfattning, aritmetik och algebra**)	Hantering av formler och algebraiska uttryck, inklusive att faktorisera och multiplicera uttryck. (**Aritmetik, algebra och funktioner**)
Begreppet linjär olikhet. (**Taluppfattning, aritmetik och algebra**)	Begreppen intervall och linjär olikhet. Metoder för att lösa linjära olikheter. (**Aritmetik, algebra och funktioner**)
Algebraiska och grafiska metoder för att lösa linjära ekvationer och olikheter samt potensekvationer, såväl med som utan numeriska och symbolhanterande verktyg. (**Taluppfattning, aritmetik och algebra**)	Begreppet linjär funktion och egenskaper hos linjära funktioner. Räta linjens ekvation. Metoder för att bestämma linjära funktioner. (**Aritmetik, algebra och funktioner**) Metoder för att lösa linjära ekvationer. (**Aritmetik, algebra och funktioner**)
Geometri	
Begreppen sinus, cosinus och tangens och metoder för beräkning av vinklar och längder i rätvinkliga trianglar. (**Geometri**)	Begreppen sinus, cosinus och tangens. Begreppet invers funktion. Metoder för att beräkna sträckor och vinklar i koordinatsystem och i rätvinkliga trianglar. (**Trigonometri och vektorer**)
Begreppet vektor och dess representationer såsom riktad sträcka och punkt i ett koordinatsystem. (**Geometri**)	Begreppet vektor. Representationer av vektorer i koordinatsystem och skrivna i koordinatform. Metoder för beräkningar med vektorer, inklusive addition, subtraktion, beräkning av absolutbelopp och multiplikation med skalär. (**Trigonometri och vektorer**)

Addition och subtraktion med vektorer och produkten av en skalär och en vektor. (**Geometri**)	Begreppet vektor. Representationer av vektorer i koordinatsystem och skrivna i koordinatform. Metoder för beräkningar med vektorer, inklusive addition, subtraktion, beräkning av absolutbelopp och multiplikation med skalär. (**Trigonometri och vektorer**)
Matematisk argumentation med hjälp av grundläggande logik inklusive implikation och ekvivalens samt jämförelser med hur man argumenterar i vardagliga sammanhang och inom naturvetenskapliga ämnen. (**Geometri**)	
Illustration av begreppen definition, sats och bevis, till exempel med Pythagoras sats och triangelns vinkelsumma. (**Geometri**)	
Samband och förändring	
Fördjupning av procentbegreppet: promille, ppm och procentenheter. (**Samband och förändring**)	
Begreppen förändringsfaktor och index. Metoder för beräkning av räntor och amorteringar för olika typer av lån med kalkylprogram. (**Samband och förändring**)	Begreppet förändringsfaktor och beräkning av förändringar i flera steg. (**Aritmetik, algebra och funktioner**) Användning av kalkylprogram för beräkning av ränta och amortering. (**Problemlösning, verktyg och tillämpningar**)
Begreppen funktion, definitions- och värdemängd samt egenskaper hos linjära funktioner samt potens- och exponentialfunktioner. (**Samband och förändring**)	Begreppen funktion, definitionsmängd och värdemängd. Representationer av funktioner i form av ord, funktionsuttryck, tabeller och grafer. Digitala metoder för att skapa funktionsgrafer. (**Aritmetik, algebra och funktioner**) Begreppet exponentialfunktion och egenskaper hos exponentialfunktioner, inklusive skillnader och likheter med linjära funktioner. (**Aritmetik, algebra och funktioner**) Begreppet potensfunktion. (**Aritmetik, algebra och funktioner**)

Representationer av funktioner i form av ord, funktionsuttryck, tabeller och grafer. (**Samband och förändring**)	
Skillnader mellan begreppen ekvation, olikhet, algebraiskt uttryck och funktion. (**Samband och förändring**)	
Sannolikhet och statistik	
Granskning av hur statistiska metoder och resultat används i samhället och inom vetenskap. (**Sannolikhet och statistik**)	Exempel på hur några statistiska begrepp används i samhälle och inom vetenskap, inklusive signifikans, korrelation, kausalitet, urvalsmetoder och felkällor. (**Sannolikhet och statistik**)
Begreppen beroende och oberoende händelser samt metoder för beräkning av sannolikheter vid slumpförsök i flera steg med exempel från spel och risk- och säkerhetsbedömningar. (**Sannolikhet och statistik**)	Metoder för att beräkna sannolikheter i flera steg, inklusive exempel från spel, risk- och säkerhetsbedömningar. (**Sannolikhet och statistik**)
Problemlösning	
Strategier för matematisk problemlösning inklusive modellering av olika situationer, såväl med som utan digitala verktyg och programmering. (**Problemlösning**)	Tillämpning och formulering av matematiska modeller i realistiska situationer. Utvärdering av matematiska modellers egenskaper och begränsningar. (**Problemlösning, verktyg och tillämpningar**) Exempel på hur programmering kan användas som verktyg i problemlösning, databearbetning eller tillämpning av numeriska metoder. (**Problemlösning, verktyg och tillämpningar**) Användning av digitala verktyg, även symbolhanterande, för att effektivisera beräkningar och komplettera metoder, till exempel vid ekvationslösning och hantering av algebraiska uttryck. (**Problemlösning, verktyg och tillämpningar**)
Matematiska problem av betydelse för privatekonomi, samhällsliv och tillämpningar i andra ämnen. (**Problemlösning**)	Problemlösning som omfattar begrepp och metoder i kursen, med särskild utgångspunkt i karaktärsämnen, privatekonomi och samhällsliv. (**Problemlösning, verktyg och tillämpningar**)
Matematiska problem med anknytning till matematikens kulturhistoria. (**Problemlösning**)	Matematiska problem med anknytning till matematikens kulturhistoria. (**Problemlösning, verktyg och tillämpningar**)

	Begreppet absolutbelopp. (**Aritmetik, algebra och funktioner**) Metoder för att bestämma funktionsvärden. Digitala och grafiska metoder för att lösa ekvationer av typen f(x) = a. (**Aritmetik, algebra och funktioner**) Problemlösning som omfattar att upptäcka och uttrycka generella samband. (**Problemlösning, verktyg och tillämpningar**)

Matematik 2a	
Nuvarande ämnesplan	**Förslag till revidering av ämnesplan**
Taluppfattning, aritmetik och algebra **Geometri** **Samband och förändring** **Problemlösning**	**Matematik inom karaktärsämnen och yrkesliv** **Logik och geometri** **Aritmetik, algebra och funktioner** **Problemlösning, verktyg och tillämpningar**
Taluppfattning, aritmetik och algebra	
Metoder för beräkningar med kalkylprogram vid budgetering. (**Taluppfattning, aritmetik och algebra**)	Fördjupad användning av hjälpmedel och verktyg som är relevanta för att hantera matematik inom karaktärsämnen och yrkesliv. (**Matematik inom karaktärsämnen och yrkesliv**)
Metoder för beräkningar med potenser med rationella exponenter, såväl med som utan digitala verktyg. (**Taluppfattning, aritmetik och algebra**)	Begreppet potensfunktion. (**Aritmetik, algebra och funktioner**) Motivering och hantering av räkneregler för potenser. Metoder för att lösa potensekvationer. (**Aritmetik, algebra och funktioner**)
Strategier för att formulera algebraiska uttryck, formler och ekvationer kopplat till konkreta situationer och karaktärsämnena. (**Taluppfattning, aritmetik och algebra**)	Fördjupning av matematiska begrepp och metoder som är relevanta för karaktärsämnen och yrkesliv. (**Matematik inom karaktärsämnen och yrkesliv**)
Hantering av kvadrerings- och konjugatregeln i samband med	Motivering och hantering av konjugat- och kvadreringsreglerna. (**Aritmetik, algebra och funktioner**)

ekvationslösning. (**Taluppfattning, aritmetik och algebra**)	
Räta linjens ekvation samt hur analytisk geometri binder ihop geometriska och algebraiska begrepp. (**Taluppfattning, aritmetik och algebra**)	Räta linjens ekvation. Metoder för att bestämma linjära funktioner. (**Aritmetik, algebra och funktioner**)
Användning av linjära ekvationssystem i problemlösningssituationer. (**Taluppfattning, aritmetik och algebra**)	Begreppet linjärt ekvationssystem. Metoder för att lösa linjära ekvationssystem. (**Aritmetik, algebra och funktioner**)
Algebraiska och grafiska metoder för att lösa potens- och andragradsekvationer samt linjära ekvationssystem, såväl med som utan digitala verktyg. (**Taluppfattning, aritmetik och algebra**)	Begreppet andragradsfunktion och egenskaper hos andragradsfunktioner, inklusive symmetrilinje, extrempunkt och nollställen. (**Aritmetik, algebra och funktioner**) Metoder för att lösa andragradsekvationer. (**Aritmetik, algebra och funktioner**)
Lösning av exponentialekvationer med digitala verktyg. (**Taluppfattning, aritmetik och algebra**)	Digitala metoder för att lösa exponentialekvationer. (**Aritmetik, algebra och funktioner**)
Geometri	
Fördjupning av geometriska begrepp valda utifrån karaktärsämnenas behov, till exempel sinus, cosinus, tangens, vektorer och symmetrier. (**Geometri**)	Användning och motivering av grundläggande klassiska satser i geometri om vinklar och likformighet samt Pythagoras sats, inklusive exempel som omfattar beräkningar i koordinatsystem. (**Logik och geometri**)
Matematisk argumentation med hjälp av grundläggande logik inklusive implikation och ekvivalens samt jämförelser med hur man argumenterar i vardagliga och yrkesmässiga sammanhang. (**Geometri**)	Begreppen implikation och ekvivalens. (**Logik och geometri**)
Samband och förändring	
Begreppet funktion, definitions- och värdemängd. Tillämpningar av och egenskaper hos linjära funktioner samt potens-, andragrads- och exponentialfunktioner. (**Samband och förändring**)	
Representationer av funktioner, till exempel i form av ord, gestaltning, funktionsuttryck, tabeller och grafer. (**Samband och förändring**)	
Konstruktion av grafer till funktioner samt bestämning av funktionsvärde och nollställe,	

såväl med som utan digitala verktyg. (**Samband och förändring**)	
Skillnader mellan begreppen ekvation, algebraiskt uttryck och funktion. (**Samband och förändring**)	
Problemlösning	
Strategier för matematisk problemlösning inklusive modellering av olika situationer, såväl med som utan digitala verktyg. (**Problemlösning**)	Användning av digitala verktyg för att effektivisera beräkningar och komplettera metoder, till exempel vid ekvationslösning och hantering av algebraiska uttryck. (**Problemlösning, verktyg och tillämpningar**)
Hur matematiken kan användas som verktyg i behandlingen av omfångsrika problemsituationer i karaktärsämnena. Matematikens möjligheter och begränsningar i dessa situationer. (**Problemlösning**)	Hur matematiken kan användas som verktyg i behandlingen av omfångsrika problemsituationer i karaktärsämnena. Matematikens möjligheter och begränsningar i dessa situationer. (**Problemlösning, verktyg och tillämpningar**) Tillämpning och formulering av matematiska modeller i realistiska situationer. Utvärdering av matematiska modellers egenskaper och begränsningar. (**Problemlösning, verktyg och tillämpningar**)
Matematiska problem av betydelse för samhällsliv och tillämpningar i andra ämnen. (**Problemlösning**)	Problemlösning som omfattar begrepp och metoder i kursen, med särskild utgångspunkt i yrkes- och samhällsliv. (**Problemlösning, verktyg och tillämpningar**)
Matematiska problem med anknytning till matematikens kulturhistoria. (**Problemlösning**)	Matematiska problem med anknytning till matematikens kulturhistoria. (**Problemlösning, verktyg och tillämpningar**)
	Begreppen definition, sats och bevis. (**Logik och geometri**)

Matematik 2b	
Nuvarande ämnesplan	**Förslag till revidering av ämnesplan**
Taluppfattning, aritmetik och algebra **Geometri**	**Aritmetik, algebra och fuktioner** **Statistik**

Samband och förändring **Sannolikhet och statistik** **Problemlösning**	**Logik och geometri** **Problemlösning, verktyg och tillämpningar**
Taluppfattning, aritmetik och algebra	
Metoder för beräkningar med potenser med rationella exponenter, såväl med som utan digitala verktyg. (**Taluppfattning, aritmetik och algebra**)	
Begreppet logaritm i samband med lösning av exponentialekvationer. (**Taluppfattning, aritmetik och algebra**)	Begreppet logaritm. Hantering av räkneregler för logaritmer i samband med lösning av exponentialekvationer. Metoder för att lösa exponentialekvationer. (**Aritmetik, algebra och fuktioner**)
Metoder för beräkningar med kalkylprogram vid budgetering. (**Taluppfattning, aritmetik och algebra**)	
Räta linjens ekvation samt hur analytisk geometri binder ihop geometriska och algebraiska begrepp. (**Taluppfattning, aritmetik och algebra**)	
Begreppet linjärt ekvationssystem. (**Taluppfattning, aritmetik och algebra**)	Begreppet linjärt ekvationssystem. Metoder för att lösa linjära ekvationssystem. (**Aritmetik, algebra och fuktioner**)
Hantering av kvadrerings- och konjugatregeln i samband med ekvationslösning. (**Taluppfattning, aritmetik och algebra**)	Motivering och hantering av konjugat- och kvadreringsreglerna. (**Aritmetik, algebra och fuktioner**)
Utvidgning av talområdet genom introduktion av begreppet komplext tal i samband med lösning av andragradsekvationer. (**Taluppfattning, aritmetik och algebra**)	
Algebraiska och grafiska metoder för att lösa exponential- och andragradsekvationer samt linjära ekvationssystem, såväl med som utan numeriska och symbolhanterande verktyg. (**Taluppfattning, aritmetik och algebra**)	Likheter och skillnader mellan exponential- och potensekvationer. (**Aritmetik, algebra och fuktioner**)
Geometri	

Användning av grundläggande klassiska satser i geometri om likformighet, kongruens och vinklar. (**Geometri**)	Användning och motivering av grundläggande klassiska satser i geometri om vinklar och likformighet samt Pythagoras sats, inklusive exempel som omfattar beräkningar i koordinatsystem. (**Logik och geometri**)
Samband och förändring	
Egenskaper hos andragradsfunktioner. (**Samband och förändring**)	Begreppet andragradsfunktion och egenskaper hos andragradsfunktioner, inklusive symmetrilinje, extrempunkt och nollställen. (**Aritmetik, algebra och fuktioner**)
Konstruktion av grafer till funktioner samt bestämning av funktionsvärde och nollställe, såväl med som utan digitala verktyg. (**Samband och förändring**)	Metoder för att lösa andragradsekvationer. (**Aritmetik, algebra och fuktioner**)
Sannolikhet och statistik	
Statistiska metoder för rapportering av observationer och mätdata från undersökningar inklusive regressionsanalys med digitala verktyg. (**Sannolikhet och statistik**)	Begreppen regressionsanalys och korrelationskoefficient. Digitala metoder för regressionsanalys, inklusive linjär regression. (**Statistik**)
Orientering och resonemang när det gäller korrelation och kausalitet. (**Sannolikhet och statistik**)	
Metoder för beräkning av olika lägesmått och spridningsmått inklusive standardavvikelse, med digitala verktyg. (**Sannolikhet och statistik**)	Lägesmått och spridningsmått, inklusive kvartil, kvartilavstånd och standardavvikelse, samt digitala metoder för att beräkna dessa. (**Statistik**)
Egenskaper hos normalfördelat material och beräkningar på normalfördelning med digitala verktyg. (**Sannolikhet och statistik**)	Begreppet normalfördelning. Digitala metoder för att göra beräkningar på normalfördelat material. (**Statistik**)
Problemlösning	
Strategier för matematisk problemlösning inklusive modellering av olika situationer, såväl med som utan digitala verktyg. (**Problemlösning**)	Användning av digitala verktyg, även symbolhanterande, för att effektivisera beräkningar och komplettera metoder, till exempel vid ekvationslösning och hantering av algebraiska uttryck. (**Problemlösning, verktyg och tillämpningar**) Tillämpning och formulering av matematiska modeller i realistiska situationer. Utvärdering av matematiska modellers egenskaper och begränsningar.

	(**Problemlösning, verktyg och tillämpningar**)
Matematiska problem av betydelse för samhällsliv och tillämpningar i andra ämnen. (**Problemlösning**)	Problemlösning som omfattar begrepp och metoder i kursen, med särskild utgångspunkt i karaktärsämnen och samhällsliv. (**Problemlösning, verktyg och tillämpningar**)
Matematiska problem med anknytning till matematikens kulturhistoria. (**Problemlösning**)	Matematiska problem med anknytning till matematikens kulturhistoria. (**Problemlösning, verktyg och tillämpningar**)
	Begreppen implikation och ekvivalens. (**Logik och geometri**) Begreppen definition, sats och bevis. (**Logik och geometri**)

Matematik 2c	
Nuvarande ämnesplan	**Förslag till revidering av ämnesplan**
Taluppfattning, aritmetik och algebra **Geometri** **Samband och förändring** **Sannolikhet och statistik** **Problemlösning**	**Aritmetik, algebra och funktioner** **Statistik** **Logik och geometri** **Problemlösning, verktyg och tillämpningar**
Taluppfattning, aritmetik och algebra	
Begreppet logaritm, motivering och hantering av logaritmlagarna. (**Taluppfattning, aritmetik och algebra**)	Begreppet logaritm. Motivering och hantering av räkneregler för logaritmer. Metoder för att lösa exponentialekvationer. (**Aritmetik, algebra och funktioner**)
Motivering och hantering av algebraiska identiteter inklusive kvadrerings- och konjugatregeln. (**Taluppfattning, aritmetik och algebra**)	Motivering och hantering av konjugat- och kvadreringsreglerna. (**Aritmetik, algebra och funktioner**)
Begreppet linjärt ekvationssystem. (**Taluppfattning, aritmetik och algebra**)	Begreppet linjärt ekvationssystem. Metoder för att lösa linjära ekvationssystem. (**Aritmetik, algebra och funktioner**)
Algebraiska och grafiska metoder för att lösa exponential-, andragrads- och rotekvationer samt linjära ekvationssystem med två och tre obekanta tal, såväl med som utan numeriska och symbolhanterande	Metoder för att lösa andragradsekvationer. (**Aritmetik, algebra och funktioner**) Metoder för att lösa rotekvationer. (**Aritmetik, algebra och funktioner**)

verktyg. (**Taluppfattning, aritmetik och algebra**)	
Utvidgning av talsystemet genom introduktion av begreppet komplext tal i samband med lösning av andragradsekvationer. (**Taluppfattning, aritmetik och algebra**)	
Geometri	
Begreppet kurva, räta linjens och parabelns ekvation samt hur analytisk geometri binder ihop geometriska och algebraiska begrepp. (**Geometri**)	
Användning av grundläggande klassiska satser i geometri om likformighet, kongruens och vinklar. (**Geometri**)	Användning och motivering av grundläggande klassiska satser i geometri om vinklar och likformighet samt Pythagoras sats, inklusive exempel som omfattar beräkningar i koordinatsystem. (**Logik och geometri**)
Samband och förändring	
Egenskaper hos andragradsfunktioner. (**Samband och förändring**)	Begreppet andragradsfunktion och egenskaper hos andragradsfunktioner, inklusive symmetrilinje, extrempunkt och nollställen. (**Aritmetik, algebra och funktioner**)
Konstruktion av grafer till funktioner samt bestämning av funktionsvärde och nollställe, såväl med som utan digitala verktyg. (**Samband och förändring**)	
Sannolikhet och statistik	
Statistiska metoder för rapportering av observationer och mätdata från undersökningar inklusive regressionsanalys med digitala verktyg. (**Sannolikhet och statistik**)	Begreppen regressionsanalys och korrelationskoefficient. Digitala metoder för regressionsanalys, inklusive linjär regression. (**Statistik**)
Metoder för beräkning av olika lägesmått och spridningsmått inklusive standardavvikelse, med digitala verktyg. (**Sannolikhet och statistik**)	Lägesmått och spridningsmått, inklusive kvartil, kvartilavstånd och standardavvikelse, samt digitala metoder för att beräkna dessa. (**Statistik**)
Egenskaper hos normalfördelat material och beräkningar på normalfördelning med digitala verktyg. (**Sannolikhet och statistik**)	Begreppet normalfördelning. Digitala metoder för att göra beräkningar på normalfördelat material. (**Statistik)**
Problemlösning	
Strategier för matematisk problemlösning inklusive modellering av olika situationer,	Användning av digitala verktyg, även symbolhanterande, för att effektivisera

såväl med som utan digitala verktyg och programmering. (**Problemlösning**)	beräkningar och komplettera metoder, till exempel vid ekvationslösning och hantering av algebraiska uttryck. (**Problemlösning, verktyg och tillämpningar**) Exempel på hur programmering kan användas som verktyg i problemlösning, databearbetning eller tillämpning av numeriska metoder. (**Problemlösning, verktyg och tillämpningar**) Tillämpning och formulering av matematiska modeller i realistiska situationer. Utvärdering av matematiska modellers egenskaper och begränsningar. (**Problemlösning, verktyg och tillämpningar**)
Matematiska problem av betydelse för samhällsliv och tillämpningar i andra ämnen. (**Problemlösning**)	Problemlösning som omfattar begrepp och metoder i kursen, med särskild utgångspunkt i karaktärsämnen och samhällsliv. (**Problemlösning, verktyg och tillämpningar**)
Matematiska problem med anknytning till matematikens kulturhistoria. (**Problemlösning**)	Matematiska problem med anknytning till matematikens kulturhistoria. (**Problemlösning, verktyg och tillämpningar**)
	Likheter och skillnader mellan exponential- och potensekvationer. (**Aritmetik, algebra och funktioner**) Begreppen implikation och ekvivalens. (**Logik och geometri**) Begreppen definition, sats och bevis. (**Logik och geometri**)

Matematik 3b	
Nuvarande ämnesplan	**Förslag till revidering av ämnesplan**
Algebra **Samband och förändring** **Problemlösning**	**Aritmetik, algebra och funktioner** **Problemlösning, verktyg och tillämpningar**

Algebra	
Begreppen polynom och rationella uttryck samt generalisering av aritmetikens lagar till hantering av dessa begrepp, såväl med som utan symbolhanterande verktyg. (**Algebra**)	Begreppet rationella uttryck. Hantering av rationella uttryck. (**Aritmetik, algebra och funktioner**)
Algebraiska och grafiska metoder för att lösa polynomekvationer av högre grad, såväl med som utan numeriska och symbolhanterande verktyg. (**Algebra**)	Begreppet polynom och egenskaper hos polynomfunktioner. Metoder för att lösa enklare polynomekvationer. (**Aritmetik, algebra och funktioner**)
Samband och förändring	
Användning av begreppet geometrisk summa samt linjär optimering i tillämpningar som är relevanta för karaktärsämnena. (**Samband och förändring**)	Begreppet geometrisk summa. Metoder för att bestämma geometriska summor. (**Aritmetik, algebra och funktioner**)
Egenskaper hos polynomfunktioner av högre grad. (**Samband och förändring**)	Begreppet polynom och egenskaper hos polynomfunktioner. Metoder för att lösa enklare polynomekvationer. (**Aritmetik, algebra och funktioner**)
Orientering när det gäller kontinuerlig och diskret funktion samt begreppet gränsvärde. (**Samband och förändring**) Begreppen sekant, tangent, ändringskvot och derivata för en funktion. (**Samband och förändring**)	Begreppet gränsvärde. Begreppen sekant, tangent, förändringshastighet, ändringskvot och derivata för en funktion. Grafiska och digitala metoder för att derivera funktioner. Villkor för deriverbarhet. (**Aritmetik, algebra och funktioner**)
Härledning och användning av deriveringsregler för potens- och exponentialfunktioner samt summor av funktioner. (**Samband och förändring**) Introduktion av talet e och dess egenskaper. (**Samband och förändring**)	Motivering och hantering av deriveringsregler för potens- och exponentialfunktioner samt summor av dessa. Talet e och naturliga logaritmer. (**Aritmetik, algebra och funktioner**)
Algebraiska och grafiska metoder för bestämning av derivatans värde för en funktion, såväl med som utan numeriska och symbolhanterande verktyg. (**Samband och förändring**)	
Algebraiska och grafiska metoder för lösning av extremvärdesproblem inklusive teckenstudium, andraderivatan och användning av numeriska och symbolhanterande verktyg. (**Samband och förändring**)	Begreppet andraderivata. Metoder för att lösa extremvärdesproblem. (**Aritmetik, algebra och funktioner**)

Samband mellan en funktions graf och funktionens första- och andraderivata. (**Samband och förändring**)	
Begreppen primitiv funktion och bestämd integral samt sambandet mellan integral och derivata. (**Samband och förändring**)	Begreppen primitiv funktion och bestämd integral. Sambandet mellan primitiv funktion och derivata. (**Aritmetik, algebra och funktioner**)
Bestämning av enkla integraler såväl med som utan digitala verktyg i tillämpningar som är relevanta för karaktärsämnena. (**Samband och förändring**)	Formulering och beräkning av integraler i enkla situationer. (**Aritmetik, algebra och funktioner**) Grafiska och digitala metoder för att bestämma integraler samt digitala metoder för att bestämma primitiva funktioner. (**Aritmetik, algebra och funktioner**) Motivering och hantering av metoder för att bestämma integraler för potens- och exponentialfunktioner samt summor av dessa. (**Aritmetik, algebra och funktioner**)
Problemlösning	
Strategier för matematisk problemlösning inklusive modellering av olika situationer, såväl med som utan digitala verktyg och programmering. (**Problemlösning**)	Användning av digitala verktyg, även symbolhanterande, för att effektivisera beräkningar och komplettera metoder, till exempel vid ekvationslösning, derivering, integrering och hantering av algebraiska uttryck. (**Problemlösning, verktyg och tillämpningar**) Tillämpning och formulering av matematiska modeller i realistiska situationer. Utvärdering av matematiska modellers egenskaper och begränsningar. (**Problemlösning, verktyg och tillämpningar**) Användning av programmering som verktyg i problemlösning, databearbetning eller tillämpning av numeriska metoder. (**Problemlösning, verktyg och tillämpningar**)
Matematiska problem av betydelse för samhällsliv och tillämpningar i andra ämnen. (**Problemlösning**)	Problemlösning som omfattar begrepp och metoder i kursen, med särskild utgångspunkt i karaktärsämnen och samhällsliv. (**Problemlösning, verktyg och tillämpningar**)
Matematiska problem med anknytning till matematikens kulturhistoria. (**Problemlösning**)	Matematiska problem med anknytning till matematikens kulturhistoria.

	(**Problemlösning, verktyg och tillämpningar**)
	Linjär optimering. (**Aritmetik, algebra och funktioner**)

Matematik 3c	
Nuvarande ämnesplan	**Förslag till revidering av ämnesplan**
Aritmetik, algebra och geometri **Samband och förändring** **Problemlösning**	**Aritmetik, algebra och funktioner** **Trigonometri** **Problemlösning, verktyg och tillämpningar**
Aritmetik, algebra och geometri	
Begreppet absolutbelopp. (**Aritmetik, algebra och geometri**)	
Begreppen polynom och rationella uttryck samt generalisering av aritmetikens lagar för hantering av dessa begrepp, såväl med som utan symbolhanterande verktyg. (**Aritmetik, algebra och geometri**)	Begreppet rationella uttryck. Hantering av rationella uttryck. (**Aritmetik, algebra och funktioner**)
Egenskaper hos cirkelns ekvation och enhetscirkeln för att definiera trigonometriska begrepp. (**Aritmetik, algebra och geometri**)	Begreppet enhetscirkeln. Definition av trigonometriska begrepp utifrån enhetscirkeln. (**Trigonometri**)
Bevis och användning av cosinus-, sinus- och areasatsen för en godtycklig triangel. (**Aritmetik, algebra och geometri**)	Bevis och användning av cosinus-, sinus- och areasatsen. (**Trigonometri**)
Samband och förändring	
Orientering när det gäller kontinuerlig och diskret funktion samt begreppet gränsvärde. (**Samband och förändring**) Begreppen sekant, tangent, ändringskvot och derivata för en funktion. (**Samband och förändring**)	Begreppet gränsvärde. Begreppen sekant, tangent, förändringshastighet, ändringskvot och derivata för en funktion. Grafiska och digitala metoder för att derivera funktioner. Villkor för deriverbarhet. (**Aritmetik, algebra och funktioner**)
Egenskaper hos polynomfunktioner av högre grad. (**Samband och förändring**)	Begreppet polynom och egenskaper hos polynomfunktioner. Metoder för att lösa enklare polynomekvationer. (**Aritmetik, algebra och funktioner**)
Härledning och användning av deriveringsregler för potens- och	Motivering och hantering av deriveringsregler för potens- och exponentialfunktioner samt summor av

exponentialfunktioner samt summor av funktioner. (**Samband och förändring**) Introduktion av talet e och dess egenskaper. (**Samband och förändring**)	dessa. Talet e och naturliga logaritmer. (**Aritmetik, algebra och funktioner**)
Algebraiska och grafiska metoder för bestämning av derivatans värde för en funktion, såväl med som utan numeriska och symbolhanterande verktyg. (**Samband och förändring**)	
Algebraiska och grafiska metoder för lösning av extremvärdesproblem inklusive teckenstudium, andraderivata och användning av numeriska och symbolhanterande verktyg. (**Samband och förändring**)	Begreppet andraderivata. Metoder för att lösa extremvärdesproblem. (**Aritmetik, algebra och funktioner**)
Samband mellan en funktions graf och funktionens första- och andraderivata. (**Samband och förändring**)	
Begreppen primitiv funktion och bestämd integral samt sambandet mellan integral och derivata. (**Samband och förändring**)	Begreppen primitiv funktion och bestämd integral. Sambandet mellan primitiv funktion och derivata. (**Aritmetik, algebra och funktioner**)
Bestämning av enkla integraler såväl med som utan digitala verktyg i tillämpningar som är relevanta för karaktärsämnena. (**Samband och förändring**)	Grafiska och digitala metoder för att bestämma integraler samt digitala metoder för att bestämma primitiva funktioner. (**Aritmetik, algebra och funktioner**)
Problemlösning	
Strategier för matematisk problemlösning inklusive modellering av olika situationer, såväl med som utan digitala verktyg och programmering. (**Problemlösning**)	Användning av digitala verktyg, även symbolhanterande, för att effektivisera beräkningar och komplettera metoder, till exempel vid ekvationslösning, derivering, integrering och hantering av algebraiska uttryck. (**Problemlösning, verktyg och tillämpningar**) Användning av programmering som verktyg i problemlösning, databearbetning eller tillämpning av numeriska metoder. (**Problemlösning, verktyg och tillämpningar**) Tillämpning och formulering av matematiska modeller i realistiska situationer. Utvärdering av matematiska modellers egenskaper och begränsningar.

	(**Problemlösning, verktyg och tillämpningar**)
Matematiska problem av betydelse för samhällsliv och tillämpningar i andra ämnen. (**Problemlösning**)	Problemlösning som omfattar begrepp och metoder i kursen, med särskild utgångspunkt i karaktärsämnen och samhällsliv. (**Problemlösning, verktyg och tillämpningar**)
Matematiska problem med anknytning till matematikens kulturhistoria. (**Problemlösning**)	Matematiska problem med anknytning till matematikens kulturhistoria. (**Problemlösning, verktyg och tillämpningar**)

Matematik 4	
Nuvarande ämnesplan	**Förslag till revidering av ämnesplan**
Aritmetik, algebra och geometri **Samband och förändring** **Problemlösning**	**Aritmetik, algebra och funktioner** **Trigonometri** **Problemlösningar, verktyg och tillämpningar**
Metoder för beräkningar med komplexa tal skrivna på olika former inklusive rektangulär och polär form, såväl med som utan digitala verktyg. (**Aritmetik, algebra och geometri)** Komplexa talplanet, representation av komplext tal som punkt och vektor. (**Aritmetik, algebra och geometri**) Konjugat och absolutbelopp av ett komplext tal. (**Aritmetik, algebra och geometri**)	Begreppen imaginära enheten, komplexa tal och komplexa talplanet. Representation av komplexa tal i rektangulär och polär form. Metoder för beräkningar med komplexa tal, inklusive beräkning av konjugat och absolutbelopp. (**Aritmetik, algebra och funktioner**)
Användning och bevis av de Moivres formel. (**Aritmetik, algebra och geometri**)	
Algebraiska och grafiska metoder för att lösa enkla polynomekvationer med komplexa rötter och reella polynomekvationer av högre grad, även med hjälp av faktorsatsen. Användning av numeriska och symbolhanterande verktyg	Metoder för att faktorisera polynom. Användning av faktorsatsen för att lösa polynomekvationer. (**Aritmetik, algebra och funktioner**) Metoder för att bestämma även komplexa lösningar till andragradsekvationer,

för att lösa polynomekvationer. (**Aritmetik, algebra och geometri**)	potensekvationer och polynomekvationer. (**Aritmetik, algebra och funktioner**)
Hantering av trigonometriska uttryck samt bevis och användning av trigonometriska formler inklusive trigonometriska ettan och additionsformler. (**Aritmetik, algebra och geometri**)	Hantering av trigonometriska uttryck. Bevis och hantering av trigonometriska identiteter, inklusive trigonometriska ettan och additionsformler. (**Trigonometri**)
Algebraiska och grafiska metoder för att lösa trigonometriska ekvationer, såväl med som utan numeriska och symbolhanterande verktyg. (**Aritmetik, algebra och geometri**)	Egenskaper hos trigonometriska funktioner, inklusive period, amplitud och fasförskjutning. Metoder för att bestämma trigonometriska funktioner. Metoder för att lösa trigonometriska ekvationer. (**Trigonometri**)
Olika bevismetoder inom matematiken med exempel från områdena aritmetik, algebra eller geometri. (**Aritmetik, algebra och geometri**)	
Samband och förändring	
Egenskaper hos trigonometriska funktioner, logaritmfunktioner, sammansatta funktioner och absolutbeloppet som funktion. (**Samband och förändring**) Skissning av grafer och tillhörande asymptoter utan digitala verktyg. (**Samband och förändring**)	Fördjupning av funktionsbegreppet, inklusive sammansatta funktioner, logaritmfunktioner, linjära asymptoter och skissning av grafer för hand. (**Aritmetik, algebra och funktioner**)
Härledning och användning av deriveringsregler för trigonometriska, logaritm-, exponential- och sammansatta funktioner samt produkt och kvot av funktioner. (**Samband och förändring**)	Motivering och hantering av deriveringsregler för logaritmfunktioner, sammansatta funktioner samt produkt och kvot av funktioner. (**Aritmetik, algebra och funktioner**) Motivering och hantering av deriveringsregler för sinus- och cosinusfunktioner. (**Trigonometri**)
Algebraiska och grafiska metoder för bestämning av integraler inklusive beräkningar av storheter och sannolikhetsfördelning, såväl med som utan numeriska och symbolhanterande verktyg. (**Samband och förändring**)	Användning av integraler i mer komplexa sammanhang, till exempel täthetsfunktioner och sannolikhetsfördelning, rotationsvolymer och beräkning av storheter. (**Aritmetik, algebra och funktioner**)
Begreppet differentialekvation och dess egenskaper i enkla tillämpningar som är relevanta för karaktärsämnena. (**Samband och förändring**)	
Problemlösning	

Strategier för matematisk problemlösning inklusive modellering av olika situationer, såväl med som utan digitala verktyg och programmering. (**Problemlösning**)	Användning av digitala verktyg, även symbolhanterande, för att effektivisera beräkningar och komplettera metoder, till exempel vid ekvationslösning, derivering, integrering och hantering av algebraiska uttryck. (**Problemlösningar, verktyg och tillämpningar)** Användning av programmering som verktyg i problemlösning, databearbetning eller tillämpning av numeriska metoder. **(Problemlösningar, verktyg och tillämpningar)** Tillämpning och formulering av matematiska modeller i realistiska situationer. Utvärdering av matematiska modellers egenskaper och begränsningar. **(Problemlösningar, verktyg och tillämpningar)**
Matematiska problem av betydelse för samhällsliv och tillämpningar i andra ämnen. (**Problemlösning**)	Problemlösning som omfattar begrepp och metoder i kursen, med särskild utgångspunkt i karaktärsämnen och samhällsliv. **(Problemlösningar, verktyg och tillämpningar)**
Matematiska problem med anknytning till matematikens kulturhistoria. (**Problemlösning**)	Matematiska problem med anknytning till matematikens kulturhistoria. **(Problemlösningar, verktyg och tillämpningar)**
	Motivering och hantering av metoder för att beräkna integraler för sinus- och cosinusfunktioner. (**Trigonometri**)

Matematik 5	
Nuvarande ämnesplan	**Förslag till revidering av ämnesplan**
Samband och förändring **Diskret matematik** **Problemlösning**	**Aritmetik, algebra och funktioner** **Logik och diskret matematik** **Problemlösning, verktyg och tillämpningar**
Samband och förändring	
Strategier för att ställa upp och tolka differentialekvationer som modeller för verkliga situationer. (**Samband och förändring**)	Begreppet differentialekvation och exempel på tillämpningar. Verifiering av lösningar till differentialekvationer. (**Aritmetik, algebra och funktioner**)

	Metoder för att lösa enklare linjära differentialekvationer av första och andra ordningen för hand. (**Aritmetik, algebra och funktioner**)
Användning och lösning av differentialekvationer med digitala verktyg inom olika områden som är relevanta för karaktärsämnena. (**Samband och förändring**)	Strategier för att ställa upp och tolka differentialekvationer. Digitala metoder för att lösa differentialekvationer. (**Aritmetik, algebra och funktioner**)
Diskret matematik	
Begreppet mängd, operationer på mängder, mängdlärans notationer och venndiagram. (**Diskret matematik**)	Begreppet mängd. Notationer i mängdlära och hantering av operationer på mängder. (**Logik och diskret matematik**)
Begreppet kongruens hos hela tal och kongruensräkning, såväl med som utan digitala verktyg. (**Diskret matematik**)	Kongruens hos hela tal och metoder för kongruensräkning. (**Logik och diskret matematik**)
Begreppen permutation och kombination. (**Diskret matematik**) Metoder för beräkning av antalet kombinationer och permutationer, såväl med som utan digitala verktyg, samt motivering av metodernas giltighet. (**Diskret matematik**)	Begreppen permutation och kombination. Motivering och hantering av metoder för att beräkna permutationer och kombinationer. (**Logik och diskret matematik**)
Begreppet graf, olika typer av grafer och dess egenskaper samt några kända grafteoretiska problem. (**Diskret matematik**)	
Begreppen rekursion och talföljd. (**Diskret matematik**)	Begreppet rekursion och rekursiva talföljder. (**Logik och diskret matematik**)
Induktionsbevis med konkreta exempel från till exempel talteoriområdet. (**Diskret matematik**)	Bevismetoder, inklusive motsägelsebevis och induktionsbevis. (**Logik och diskret matematik**)
Problemlösning	
Strategier för matematisk problemlösning inklusive modellering av olika situationer, såväl med som utan digitala verktyg och programmering. (**Problemlösning**)	Användning av digitala verktyg, även symbolhanterande, för att effektivisera beräkningar och komplettera metoder, till exempel vid ekvationslösning, derivering, integrering och hantering av algebraiska uttryck. (**Problemlösning, verktyg och tillämpningar**)

	Problemlösning som omfattar begrepp och metoder i kursen. (**Problemlösning, verktyg och tillämpningar**) Användning av programmering som verktyg i problemlösning, databearbetning eller tillämpning av numeriska metoder. (**Problemlösning, verktyg och tillämpningar**)
Omfångsrika problemsituationer inom karaktärsämnena som även fördjupar kunskaper om integraler och derivata. Matematikens möjligheter och begränsningar som verktyg i dessa situationer samt digitala verktygs möjligheter och begränsningar vid problemlösning. (**Problemlösning**)	Omfångsrika problemsituationer som är relevanta för karaktärsämnena, inklusive problem som fördjupar kunskaper om integraler och derivata. (**Problemlösning, verktyg och tillämpningar**) Tillämpning och formulering av matematiska modeller i realistiska situationer. Utvärdering av matematiska modellers egenskaper och begränsningar. (**Problemlösning, verktyg och tillämpningar**)
Matematiska problem med anknytning till matematikens kulturhistoria. (**Problemlösning**)	Matematiska problem med anknytning till matematikens kulturhistoria. (**Problemlösning, verktyg och tillämpningar**)
	Representation av tal i olika talbaser. (**Logik och diskret matematik**)

Matematik Specialisering	
Nuvarande ämnesplan	**Förslag till revidering av ämnesplan**
Matematikområden **Problemlösning**	**Matematikområden** **Problemlösning, verktyg och tillämpningar**
Matematikområden	
Behandling av ett eller flera övergripande matematikområden, till exempel linjär optimering, spelteori, logik, differentialekvationer, sannolikhetslära, linjär algebra, finans-, populations- eller	Behandling av ett eller flera övergripande matematikområden, till exempel linjär optimering, spelteori, logik, matematik som grund för artificiell intelligens, differentialekvationer, statistiska metoder, sannolikhetslära, linjär algebra, analytisk

beräkningsmatematik. (**Matematikområden**)	geometri samt finans-, populations- eller beräkningsmatematik. (**Matematikområden**)
Problemlösning	**Problemlösning, verktyg och tillämpningar**
Strategier för matematisk problemlösning inklusive modellering av olika situationer, såväl med som utan digitala verktyg och programmering. (**Problemlösning**) Hur matematiken kan användas som verktyg i behandlingen av omfångsrika problemsituationer i karaktärsämnena. Matematikens möjligheter och begränsningar i dessa situationer samt digitala verktygs möjligheter och begränsningar vid problemlösning. (**Problemlösning**)	Omfångsrika problemsituationer som är relevanta för karaktärsämnena. Matematikens möjligheter och begränsningar i dessa situationer samt digitala verktygs möjligheter och begränsningar vid problemlösning. (**Problemlösning, verktyg och tillämpningar**)
Matematiska problem med anknytning till matematikens kulturhistoria. (**Problemlösning**)	

D. Översikt av lärarkommentarer

Detta är en översikt av antalet lärarkommentarer inom de olika områdena som gavs under Skolverkets utredningsarbete 2017/2018. Indelningen av lärarnas kommentarer har gjorts av Skolverket och detta är enbart en kort överblick. Typkommentrarer är de kommentarer som sammanfattade bäst vad majoriteten av lärarna svarade under varje avsnitt. Den återspeglar inte ordagrant varje lärares kommentar utan är med för att få en uppfattning om vad den generella uppfattningen bland lärarna var, om en sådan fanns. Alla kommentarer är från Skolverkets dokument ”Fritextsvar från enkäten”, version 1.0, dnr 6.1.1–2018:393 (Skolverket, 2018).

Typ av kommentar	**Frekvens**	**Typkommentar (om sådan finnes)**
Område: sammanfattande bedömning		
Otydlighet	14	”Är överlag fortfarande för luddigt. Skulle vilja ha mer detaljstyrning.”
Otydliga kunskapskrav	13	”Man kan gott konkretisera och förtydliga kunskapskraven ytterligare. Det finns fortfarande alldeles för stort utrymme för egna tolkningar.”
Problem med att kunskapskrav inte relaterar till centralt innehåll	11	”Jag skulle önska att kunskapskraven var tydligare riktade till det centrala innehållet i den aktuella kursen.”
Otydligt centralt innehåll	1	”Jag tror att ämnesplanen borde innehålla mer detaljerad information om vad som ska undervisas, och jag tror faktiskt att den borde innehålla information om hur det ska undervisas. Jag har fått för mig att den för det i många andra länder.”
Stoffträngsel	13	”För mycket stoff i kurserna.”
Olycklig ordning på/uppdelning av centralt innehåll	13	”Mycket innehåll och skev fördelning mellan kurserna.”
För låg nivå på matematiska innehållet	4	”Det känns att gymnasie nivå av matte stämmer inte alls med de krav som högskolan har på våra blivande ingenjörer.”
Nationella proven (samt kollegor, mattelyftet och läromedel) ger stöd i att tolka ämnesplanen	6	”Stöd kring bedömning får man från nationella provet och från kollegor inte från ämnesplanen”
Övrigt	5	””
Område: Synpunkter gällande kursstruktur		
Hellre ämnesbetyg än kursbetyg	23	”Ämnesbetyg borgar för helhet och möjliggör ämnesövergripande arbete och progression.”
…eller slå ihop vissa kurser	8	”Fördelaktigt vore om dessa elever läste en kurs, t ex slog samman 1b och 2b samt minskade innehåll för att eleverna skulle kunna få mer tid att bearbeta stoffet. För de

		elever som önskar vidare studier som kräver mer matematikkunskaper kan en kurs erbjudas som fördjupning under år tre istället.”
För stora hopp mellan kurser	6	”Det är för stort hopp mellan Ma1b och Ma2b. Ma2b är FÖR svår – det är inte schysst mot eleverna. Ett E i Ma2b kräver nästan ett C i Ma1b och det är tyvärr ett effektivt sätt att ”knäcka” elever som kämpar och skapa ångest och hat mot matematiken. Innehållet i ma2b måste minskas.”
För lite progression	4	”Ma1 är till stora delar lik grundskolans matematik.”
Bra med spår	12	”Bra uppdelning i kurser och spår.”
…men svårt med byten	12	”bökigt att byta spår då man är behörig för byte men inte kompetent för bytet.”
Gör spåren mer särpräglade	8	”Tycker de olika spåren kan skilja sig mer åt.”
Minska antalet spår	3	””
Svårigheter för vuxenutbildningen	4	”Vansinne med spåruppdelningen, särskilt inom vuxenutbildningen. Förvirrande på alla plan när man ändå i princip kan söka vidare till samma utbildningar med alla spår.”
Problematiskt med behörigheter	3	”Jag tycker det är väldigt problematiskt att kurserna är uppdelade i spår när det inte spelar någon roll vad eleverna läst för spår för att komma in på högre utbildning. Det är stor skillnad på matematik 2a och matematik 2bc och det gör det rejält orättvist för en elev som läst 2bc jämfört med 2a vid antagning till högre studier.”
Svårigheter med a-spåret	16(14, två kommentar upprepades två gånger)	”Om jag fick önska skulle det vara en speciell kurs i yrkesmatematik i yrkesprogrammen och en valbar kurs för eleverna i matematik som leder till vidare studier.”
Svårigheter med b-spåret	2	””
Annat	14	”I huvudsak bra”
Område: Synpunkter gällande ämnets syfte		
Syfte och mål fungerar bra	16	”På det stora hela bra.”
Syfte/mål och kunskapskrav blandas samman	5	”På det stora hela är förmågorna bra att använda vid formativt återkoppling, men för betygssättning är de mindre relevanta.”
För många mål	8	”Det är svårt iblad med att avgöra vilken/vilka förmågor som avses prövas, då får det bli jag som bestämmer vilken/vilka det gäller. Kanske kunde vi haft färre förmågor? Är det egentligen nödvändigt att

		pröva procedur, kan de inte detta så kommer de ingenstans. Modellering är också en förmåga som jag tycker kunde bakas ihop med problemlösning. Relevansförmågan skulle jag tacksamt ta emot uppgifter på från Skolverket.”
Allmän kritik mot förmågor	5	”Matematikämnet är uteslutande beskrivet utifrån förmågor, skrivelser såsom ”kunskaper om”, ”förståelse av” eller ”färdigheter i att” lyser med sin frånvaro (men återfinns i andra ämnesplaner). Hade målen beskrivits med hjälp av dessa kunskapsuttryck (eller andra) hade det hjälpt både lärare och elever.”
För in centralt innehåll i målen/förmågorna	6	”Lägg till några mål relaterade till centralt innehåll.”
Inför matematisk läsförmåga	2	””
Om undervisningsmetoder i syftestexten	3	”Vilka metoder lärare använder ska inte föreskrivas i en läroplan, vilket är fallet i nuläget. Om det överhuvudtaget ska ges råd om undervisningsmetoder så ska råden inte baseras på teoretisk/filosofiska resonemang, utan vara utprovade genom upprepade interventionsstudier med tydliga referenser.”
Övrigt	18	””
Område: Synpunkter gällande kunskapskrav		
Otydlighet	30	”de är väldigt svårtolkade skulle önska att de var mer konkreta”
Stort tolkningsutrymme i värdeorden/svårt att använda värdeorden	18	”Otydligt formulerade kunskapskrav, då värdeorden betyder olika saker för olika personer. Svårt att få en enhetlig och likvärdig bedömning när det är så öppna formuleringar.”
Avsaknad av koppling mellan kunskapskrav och centralt innehåll	27	”Jag skulle också gärna se tydligare kopplingar till det centrala innehållet i kunskapskraven.”
Färre förmågor att bedöma	7	”För många delar. Slå ihop.”
Kritik mot bedömning av förmågor	11	”Det är ganska röriga/oklara förmågor som går in i varandra och som inte är så lätta att särskilja, åtminstone i en bedömningssituation (resonemang/kommunikation…)”
Relevans	22	”Kunskapskravet gällande relevans är ett stort frågetecken i alla berörda kurser. Även Skolverket har vid kontakt svårt att konkretisera, samt att det inte berörs på nationella provet.”

Resonemang	4	”De luddiga och svårtolkade formuleringar som finns om att argumentera nyanserat m m är inte bra.”
Modellering	5	”Det är olyckligt att modellering i kunskapskraven mest handlar om att använda och modifiera existerande modeller. Detta bör justeras, i kombination med att man ställer lägre krav på det matematiska innehållet i modellerandet.”
Problemlösning	7	””
Procedur	4	”Formuleringen ”några enkla procedurer” är mycket olycklig. Ordet ”några” antyder ett väldigt lågt antal. Detta är orimligt. Byt ut mot ”viktiga procedurer” eller något liknande.”
Kommunikation	2	””
Begrepp	3	””
Betyget E innebär inte att eleven är förberedd för nästa kurs	6	”Kunskapskraven för E är, utifrån de bedömninfsstöd som finns, otroligt låga. Elever som får E i Ma1 har generellt svårt att klara Ma2.”
Annat	28	”Skolverket (eller vem som är ansvarig) borde komma med exempeluppgifter på E-, C- och A-nivå. ”För att nå upp till E ska du kunna lösa den här typen av uppgifter” etc. Nu finns bara gammalt NP och dessförinnan exempeluppgifter för ett NP tillgängliga för eleverna.”
Område: Övriga synpunkter		
Annat	46	””