UPPSALA
UNIVERSITET

U.U.D.M. Project Report 2016:8

Utvecklingen av läromedlet Amathing

Anton Kronosjö

Examensarbete i matematikdidaktik, ämneslärarprogrammet, 15 hp
Handledare: Anders Öberg
Examinator: Veronica Crispin Quinonez
Maj 2016

Department of Mathematics
Uppsala University

Abstract

Denna uppsats beskriver utvecklingsprocessen då en prototyp av läromedlet *Amathing* har utvecklats. Amathing är ett webb-baserat Computer Algebra System (CAS) där användaren erbjuds lösningsförklaringar till ekvationer, förenklingar av matematiska uttryck och andra matematiska beräkningar. Detta system har utvecklats i relation till forskning som gjorts berörande Computer Algebra Systems i lärandesituationer (CAS) och redan existerande system av samma karaktär. Amathings fokusområde ligger vid delområdena algebra och aritmetik och syftet med hemsidan är att förklara hur matematiska problem kan lösas genom att steg-för-steg redovisa lösningsförklaringar till de problem som anges av användaren.

Innehållsförteckning

1. Inledning

I detta avsnitt redovisas arbetets syfte och bakgrund, den metod som har använts och den avgränsning som har gjorts.

1.1 Bakgrund

Enligt 2011 års läroplan skall den matematikundervisning som bedrivs i svensk skola ge elever möjlighet att utveckla sin förmåga att använda digital teknik, digitala medier och även andra digitala verktyg[1]. Vad digitala verktyg i praktiken innebär konkretiseras inte. I skolverkets rapport *IT-användning och IT-kompetens i skolan* belyses att mycket positivt har hänt vad gäller närvaron av IT-verktyg i skolan. Jämfört med den senaste undersökningen av samma karaktär (genomförd år 2010) har nu fler elever tillgång till datorer och elev:dator-förhållandet går stabilt mot 1:1.[2] Denna positiva trend vad gäller tillgänglighet av datorer i skolan har dock inte påverkat den undervisning som bedrivs i kärnämnet matematik.

Enligt rapporten har ingen ökning av IT-användning inom matematikundervisning identifierats. Skolverket konstaterar att *"av de skolämnen som undersökts sticker matematik ut som det ämne där det är minst vanligt att eleverna använder dator på lektionerna"*. Rent konkret visar rapporten på att 77 % av gymnasieeleverna använder datorer vid inga eller nästan inga matematiklektioner.[3]

Morten Blomhøj, dansk forskare i matematikdidaktik, belyser just problematiken med att integrera datorer i matematikundervisningen och beskriver detta som *"ett didaktiskt problem"*. Vad gäller teknikanvändning i undervisning som faktiskt slagit igenom så är den mest markanta trenden användandet av grafiska miniräknare.[4] Detta konstaterande gjordes år 2001 och Skolverkets rapport antyder att detta stämmer än idag - femton år senare. I artikeln lyfter även Blomhøj att ett problem som ofta uppstår då datorer faktiskt används i undervisning ligger vid den tekniska instrumentering av de system som nyttjas. Ett vanligt resultat är att den tekniska instrumenteringen av den mjukvara som används tar fokus från inlärningen av den underliggande matematiken.

Idag - tre år efter skolverkets rapport - har det hänt mycket berörande den tekniska utvecklingen. 2010-talet har varit ett händelserikt år berörande tillgängligheten av så kallade *Computer Algebra Systems*. Denna typ av system (förkortas CAS) kännetecknas av att de utför matematiska beräkningar och operationer på samma sätt som vi människor gör. Därmed elimineras avrundningsfel, något som annars är vanligt hos exempelvis miniräknare. CAS används vanligen av forskare och ingenjörer som hjälpmedel för att snabbt utföra beräkningar. Det som dock gör 2010-talet särskilt intressant är att de CA-system som numera finns tillgängliga via nätet riktar sig till en helt annan målgrupp.

[1] Skolverket. (2011). *It-användning och it-kompetens i skolan.* s. 90
[2] Skolverket. (2013). *Läroplan, examensmål och gymnasiegemensamma ämnen för gymnasieskola 2011*, s. 7
[3] Ibid, s. 68
[4] Blomhøj, M. (2001). *Villkor för lärande i en datorbaserad matematikundervisning.* s. 186

År 2011 grundades *Symbolab* och två år senare grundades både *Cymath* och *Mathpapa*[5]. Dessa tre system är exempel på några av de som finns tillgängliga online och deras gemensamma nämnare är de riktar sig mot en målgrupp som fortfarande går i skolan. Systemen är designade för att på ett tydligt och pedagogiskt sätt lyfta den grundläggande matematiken och framförallt ligger styrkan hos dessa system vid algebra och ekvationslösning. Systemen kan med några enkla knapptryck redovisa lösningsförklaringar till ekvationer, förenklingar av algebraiska uttryck, grafiska representationer av uttryck och mycket mer.

För att återgå till Skolverkets rapport, rörande den bristande IT-användningen inom matematikundervisningen så kan CA-system av ovan nämnd karaktär fylla en viktig funktion för att integrera datoranvändandet i matematikundervisningen. Detta blir även särskilt relevant då TIMSS påvisar att Svenska elever i relation till EU/OECD-genomsnittet underpresterar i aritmetik och algebra som ju är CA-systems expertisområde[6]. Problematiken är dock att de CA-system som existerar idag inte är anpassade efter vare sig det svenska språket eller den svenska matematiken. Det är precis här som detta arbete blir relevant.

1.2 Syfte

Syftet med detta arbete är att ta fram en prototyp av ett onlinebaserat CAS som är anpassat efter den svenska matematiken och det svenska språket. Prototypen går under namnet *Amathing* och finns tillgänglig *på* www.amathing.se.

1.3 Metod

Detta arbete har inletts med en omvärldsanalys. Denna analys består av en inledande omvärldsgranskning, där forskning berörande CAS i lärandesituationer och existerande CA-system har granskats. Denna granskning har därefter analyserats. Resultatet för denna analys, i kombination med kunskapskraven för matematik 1, ligger till grund för den initiala prototyp som konstruerats.

För att arbeta vidare med prototypen har designmetoden Human Centered Design (HCD) tillämpats. Denna designmetods fokusområde ligger vid mänskliga behov och mänskliga färdigheter. Vid HCD sker utvecklingen iterativt och nyckeln ligger vid god kommunikation med målgruppen. Syftet med varje iteration är att identifiera och arbeta kring de problemområden som användarna upplever när de nyttjar produkten.[7]

För att tillämpa HCD har en testgrupp valts ut från Fyrisskolan i Uppsala. Denna grupp är en ekonomiklass som går första året på gymnasiet. Eleverna läser kurs 1b och har under föregående termin behandlat delområdena algebra och ekvationer. Varje iteration har påbörjats med en workshop där eleverna arbetat i par och då använt prototypen för att granska och lösa givna problem. Dessa tillfällen har sedan avslutats med en enkätundersökning och utifrån den feedback som erhållits via enkätundersökningen och muntligt under workshopen har prototypen

[5] Data erhållen från smallseotools.com/domain-age-checker, utförd 2016-03-30

[6] Skolverket. (2012). *TIMSS 2011 - Svenska grundskoleelevers kunskaper i matematik och naturvetenskap i ett internationellt perspektiv*, s. 49

[7] Norman, D.A. (2013). *The design of everyday things. (Revised and expanded edition.)*, s. 8.

modifierats. Därefter har en ny iteration påbörjats. På grund av omfattande utvecklingstider har endast två iterationer genomförts.

1.4 Avgränsning

Den prototyp som utvecklas i detta arbete avser *endast* behandla den matematik som förekommer inom kurserna Matematik 1a t.om. c inom delområdena aritmetik och algebra. Denna avgränsning har gjorts då systemet först och främst måste kunna hantera den grundläggande matematiken innan mer avancerade matematik kan behandlas. I praktiken innebär detta att prototypen under utveckling skall kunna:

- hantera grundläggande matematisk aritmetik
- förenkla matematiska uttryck
- lösa förstagradsekvationer.

Detta kommer endast att utföras på en algebraisk nivå. Vidare skall prototypen även kunna förklara samtliga av de matematiska begrepp som blir relevanta vid ovanstående beräkningar.

2. Omvärldsgranskning

I detta avsnitt redovisas den omvärldsgranskning som genomförts. Granskningen innefattar tidigare forskning berörande CAS i lärandesituationer och några av de CA-system som finns tillgängliga på webben just nu. En analys av denna granskning redovisas i nästkommande avsnitt.

2.1 Tidigare forskning berörande CAS i lärandesituationer

De studier som redovisas nedan syftar till att ge en inblick i den forskning som har gjorts, men även på att visa hur lärandesituationer involverande CA-system kan se ut. Gällande den forskning som gjorts så har inga fler studier än dessa identifierats. De system som har nyttjats i studierna är DERIVE och MathCad. Till följd av att dessa system ser väldigt annorlunda ut idag än vad de gjorde när studierna genomfördes har ingen närmare granskning av dessa system gjorts. Nedan kommer dock en kort redogörelse för respektive system.

DERIVE utvecklas av Texas Instruments och riktar sig mot ingenjörer och matematikstuderande. Systemet hanterar numeriska och algebraiska manipulationer och kan redovisa dessa både grafiskt och algebraiskt. Utvecklingen av DERIVE lades ned 2007.[8]

MathCad är ett CA-system, utvecklat av Parametric Technology Corporation, som riktar sig mot ingenjörer. Syftet med programmet är att utföra, analysera och dela beräkningar. Systemet används och utvecklas än idag.[9]

2.1.1 Villkor för lärande i en datorbaserad matematikundervisning

I denna artikel har Blomhøjs (2001) studerat två klasser vars matematikundervisning har innefattat nyttjandet av matematikprogrammen MathCad (MC) och Geometers Sketchpad. I detta arbete kommer endast MathCad att tas i beaktelse då Geometers Sketchpad nyttjats inom geometrin - ett delområde som ligger utanför detta arbetes avgränsning. Som underlag för Blomhøjs studie ligger klassrumsobservationer och intervjuer. I de observerade klasserna har MC konsekvent används som hjälpmedel där eleverna nyttjat programmet för att förenkla matematiska uttryck och lösa ekvationer. Av artikeln framgår att MC endast redovisar själva lösningen utan att redovisa stegen dit. Resultatet av studien sammanställs i form av olika *verksamhetsformer* som eleverna uppvisat. Dessa verksamhetsformer beskrivs som de generella uppfattningar och attityder som eleverna gav uttryck för berörande nyttjandet av MC i matematikundervisningen. Dessa verksamhetsformer är endast en analytisk sammanfattning av ett flertal elever och kan därmed inte användas för att beskriva enskilda elever. Totalt identifierades tre olika verksamhetsformer hos de undersökta eleverna[10]. Dessa verksamhetsformer redogörs för nedan.

---

[8] Kutzler, B. Kokol-Voljc, V. (2003). *Introduction to DERIVE 6,* s. 1.
[9] PTC. (Besökt 2016). *PTC MathCad.*
[10] Blomhøj, M. (2001), s. 194

Den osäkra och defensiva elevverksamheten - Denna verksamhet präglas av att eleven har en oklar bild av det matematiska stoffet för de beräkningar som utförs av mjukvaran. Trots att elevernas svar i sig kan var korrekt så antyder de intervjuer som genomförts att dessa elever endast behärskar den matematiska kunskapen på en instrumentell nivå. Eleverna ser datorn som en källa till frustration och något som hindrar lärandet. Användningen av MC ses som något extra som skall läras in. Blomhøj står kritisk till huruvida MC stödjer kunskapsutvecklingen hos de elever som besitter otillräckliga begreppsliga förutsättningar.[11]

Den lösningsorienterade elevverksamheten - Denna verksamhet präglas av att eleverna försöker lösa en stor mängd uppgifter effektivt och kortfattat. Eleverna är ofta förhållandevis medvetna om den underliggande matematiken och kan kommunicera sina svar på ett ämnesrelevant sätt. Denna elevgrupp upplever att datorn i sig inte spelar en viktig roll när det kommer till att lära sig matematik men att den fyller en viktig funktion för att effektivisera beräkningar. Blomhøj antyder att detta kan grunda sig i att eleverna inte upplever datorn som integrerad i undervisningen. Författaren ser även stora problem med denna verksamhet då datorn endast är kopplad till elevers strävan att snabbt lösa traditionella inlämningsuppgifter.[12]

Den reflekterande elevverksamheten - Denna elevverksamhet präglas av ett ständigt reflekterande hos eleven. Eleven stannar upp och överväger det som gjorts och de resultat som framkommit i relation till egna förväntningar och existerande kunskap. Denna elevverksamhet rymmer en stor inlärningspotential då eleven väljer att fokusera vid det som inte är begripligt. Blomhøj menar att för denna elevverksamhet fyller MC en viktigt funktion då programmet möjliggör generaliseringar som blir viktiga när det gäller att utveckla elevernas begreppsliga förståelse.[13]

2.1.2 Using computer algebra systems in mathematical classrooms

I denna studie har Kramarski och Hirsch (2003) studerat användandet av CAS i matematikundervisning och då fokuserat vid de didaktiska möjligheter som detta medför. Syftet med studien är att undersöka effekter av hur SRL (self-regulated learning) och CAS påverkar inlärning av algebraiskt tänkande och individuell skicklighet inom just SRL. SRL beskrivs som en individs förmåga att själv utveckla metakognitiva strategier för att främja eget fortsatt lärande. Det CA-system som nyttjats i denna studie var DERIVE. Huvudsakligen användes programmet för att substituera variabler, förenkla algebraiska uttryck och lösa ekvationer.[14]

Totalt studerades två elevgrupper; den första där eleverna tillämpade både SRL och CAS och den andra där eleverna endast nyttjade CAS. Det som utmärkte SRL-gruppen var det faktum att dessa elever även skulle tillämpa något som benämns som *"IMPROVE's self-questioning method"*. Denna metod grundar sig i en uppsättning frågor som är utvecklad för att framhäva förståelse, samband, strategier och reflektioner. Metoden är anpassad för att nyttjas på en individuell nivå. Totalt behandlar studien 43st elever från högstadiet och dessa studerade algebra fem gånger i veckan över en tidsperiod på totalt fem månader. [15]

---

[11] Ibid. 196-197
[12] Ibid. s. 202-205
[13] Ibid, s. 206-212
[14] Kramarski, B. & Hirsch, C. (2003). *Using computer algebra systems in mathematical classrooms*, s. 35.
[15] Ibid, s. 36-39

Resultatet av denna studie påvisar att de elever som tillhört CAS + SRL-gruppen signifikant presterat bättre än CAS-eleverna inom algebraiskt tänkande. (Symbolic reasoning och exploring patterns). Vad gäller elevernas förmåga till SRL så identifierades inga signifikanta skillnader mellan grupperna inom metakognitiv kunskap. Däremot så överträffade SRL-gruppen CAS-gruppen berörande nyttjandet av en datoriserad miljö. Avslutningsvis så drar författarna slutsatsen att den didaktiska miljö som undervisning innehållandes CAS-system implementeras inom har betydelse för hur effektiv inlärningen blir.[16]

2.1.3 Computer algebra systems: Sophisticated 'Number Crunchers' or an Educational Tool for Learning to Think Mathematically?

I denna studie har Lindsay (1995) undersökt användningsområden som CAS kan fylla i undervisning. Den mjukvara som använts i denna studie är DERIVE och försöksgruppen var ingenjörsstudenter.[17] Totalt antogs tre förhållningssätt angående vilken funktion som DERIVE fyllde i undervisningen. Dessa redogörs för nedan.

Verktyg för demonstration - DERIVE användes som ett verktyg för att demonstrera sambandet mellan grafisk- och algebraisk representation av funktioner och derivator.[18]

Verktyg för lektionshjälp. DERIVE användes som ett verktyg för lektionshjälp i elevernas självständiga arbete. Då detta tillämpningsområde granskades hade eleverna tillgång till varsin dator och denne användes för att lösa delproblem till större problem, exempelvis till att derivera funktioner eller skissa grafer.[19]

Verktyg för eget undersökande. DERIVE användes som verktyg för eget laborerande och nyttjades då i en labbmiljö, där eleverna uppmanades att studera grafer av funktioner samt försöka hitta generella beteenden för de funktioner som undersöktes.[20]

Resultatet från studien påvisar att CA-systems förmåga att utföra snabba skiften mellan grafiska och algebraiska representationer av matematiska uttryck främjar elever med olika lärstilar. Vidare påvisas att nyttjandet av CAS som verktyg för demonstration och som verktyg för eget undersökande även stärker elevers algebraiska färdigheter. Testgruppen upplevde att matematiken blev enklare att förstå efter att eleverna både fått en grafisk och algebraisk representation. Lindsay (1995) menar också att nyttjandet av CAS i liknande situationer som denna gör att eleverna kan fokusera vid konceptuellt lärande snarare än procedurellt, detta eftersom att CAS gör att elever inte behöver lägga fokus vid den mekaniska räkningen och istället kan fokusera på helheten. Detta benämndes särskilt gynnade de svaga eleverna.[21]

[16] Ibid, s. 39-45
[17] Lindsay, M. (1995). *Computer algebra systems: Sophisticated 'Number Crunchers' or an Educational Tool for Learning to Think Mathematically?*, s. 1
[18] Ibid, s. 2-3
[19] Ibid, s. 4-5
[20] Ibid, s. 6-7
[21] Ibid, s. 7-8

2.1.4 Computer algebra systems facilitate positive learning strategies

I denna artikel har Robyn Pierce (1999) studerat huruvida studenter kan ta till sig nya lärstrategier genom att nyttja det faktum att CA-system kan representera matematiska uttryck på många olika sätt. Denna studie utfördes på 30 studenter och det system som nyttjades var DERIVE.[22]

Resultatet påvisar att samtliga studenter nyttjade både den grafiska och algebraiska representationen av funktioner, men däremot inte nyttjade tabeller. Nyttjandet av CAS beskrivs ha en positiv inverkan när det kom till att skapa diskussioner kring matematiken. Bland studenterna användes DERIVE inte bara som ett hjälpmedel - utan även som en, vad författaren benämner det som, *oberoende expert.* Verktyget tillät studenterna att studera många exempel på en kort tid och veta att dessa resultat också var korrekta. Detta medförde att studenterna kunde testa idéer och därefter själva försöka identifiera mönster i matematiken. Totalt 71% av studenterna ansåg att DERIVE hjälpte dem att se mönster och 65% av eleverna ansåg att DERIVE hjälpte dem att förstå matematik. Just synen på DERIVE som en oberoende expert beskrivs vara ett nyckelelement när det kommer till just studenternas egna reflekterande. DERIVE svarar på studenternas input och ger därefter omedelbar feedback. Till följd av detta arbetade många cykliskt för att själva hitta mönster, där cykeln såg ut som följande:[23]

studentens input ⇒ datorns feedback ⇒ studentens reflekterande ⇒ ny input

Denna cykel upprätthölls tills det att eleverna uppnått ny förståelse. Resultatet påvisar även att att de flesta ur försöksgruppen dock upplevde att de lärde sig mest när de arbetade med papper och penna[24].

2.2 Befintliga CAS-verktyg online

I detta avsnitt redovisas en granskning av de befintliga CAS-verktyg som finns tillgängliga på webben. Gemensamt för dessa verktyg är att samtliga finns tillgängliga online och erbjuder lösningsförklaringar som steg-för-steg löser ekvationer eller förenklar matematiska uttryck. Fokus har legat vid att granska hur dessa system behandlar algebra och aritmetik. För att göra denna granskning konsekvent så har nedanstående matematiska uttryck granskats i de olika systemen.

A: $5x + 3 = 7$

B: $\frac{2(2x-6)-12}{2}$

Dessa uttryck har valts då väger in många av de operationer inom aritmetiken som berör för kurs 1. De system som redogörs för nedan är ett urval av de system som toppade Googles sökträffar då antingen sökfrasen *solve equations* eller sökfrasen *solve equations online* angavs[25].

[22] Pierce, Robyn. (1999). Merga. *Computer algebra systems facilitate positive learning strategies.* s. 32
[23] Ibid, s. 43-44
[24] Ibid, s. 40
[25] Sökning utfördes 17-03-2016

2.2.1 Wolframalpha

Wolframalpha är troligtvis det CAS som är mest känt och systemet erbjuder en uppsjö av hjälp som kan vara användbar för en matematikstuderande. Det räcker med att användaren matar in ett algebraiskt uttryck eller en ekvation i hemsidans sökfält för att en uppsjö av relevant information skall redovisas. Denna information består bl.a. i alternativa algebraiska representationer, lösningar och tals positionering på tallinjen. Även steg-för-steg-förklaringar finns tillgängliga för ekvationslösningar och förenkling av uttryck. För att få tillgång till dessa måste användaren dock vara premiummedlem, något som kostar lite drygt 50 kronor i månaden. Att Wolframalpha riktar sig mot en bred målgrupp är tydligt då sidan även redovisar mer komplexa matematiska koncept som exempelvis derivator och integraler.[26]

Studeras Wolframalphas lösning på ekvation A och uttryck B (dessa redovisas på nästa sida) kan följande identifierats. Hemsidan redovisar tydligt steg för steg vad som sker. De blå rutorna redovisar s.k. hints och dessa ger användaren en mer utförligt förklaring till vad som faktiskt sker. Varje enskilt steg är avskilt med en linje och svaret redovisas i en ruta som sticker ut färgmässigt vilket förtydligar dess relevans. På bilden nedan så redovisas endast svaret i bråkform, men hemsidan erbjuder även en decimal representation.

[26] www.wolframalpha.com (Besökt 04-04-2016)

Ekvation A.

Solve for x:

$5x+3=7$

Isolate terms with x to the left hand side.

Subtract 3 from both sides:

$5x+(3-\boxed{3})=7-\boxed{3}$

Look for two terms that sum to zero.

$3-3=0$:

$5x=7-3$

Evaluate $7-3$.

$7-3=4$:

$5x=\boxed{4}$

Divide both sides by a constant to simplify the equation.

Divide both sides of $5x=4$ by 5:

$\frac{5x}{5}=\frac{4}{5}$

Any nonzero number divided by itself is one.

$\frac{5}{5}=1$:

Answer:

$x=\frac{4}{5}$

Computed by Wolfram|Alpha

Uttryck B.

Simplify the following:

$\frac{2(2x+6)-12}{2}$

Distribute 2 over $2x+6$.

$2(2x+6)=4x+12$:

$\frac{\boxed{4x+12}-12}{2}$

Group like terms in $12+4x-12$.

Grouping like terms, $12+4x-12=4x+(12-12)$:

$\frac{4x+(12-12)}{2}$

Look for two terms that sum to zero.

$12-12=0$:

$\frac{4x}{2}$

In $\frac{4x}{2}$, divide 4 in the numerator by 2 in the denominator.

$\frac{4}{2}=\frac{2\times 2}{2}=2$:

Answer:

$\boxed{2}\,x$

Computed by Wolfram|Alpha

Bild 1: Lösning av ekvation A och förenkling av uttryck B genomförd av Wolframalpha

2.2.2 Symbolab

Besöks sidan Symbolab.com är det första som dyker upp ett sökfält där matematiska uttryck kan matas in. Ovanför sökfältet finns även ett matematiskt tangentbord som möjliggör att även symboler som inte finns på ett vanligt tangentbord kan matas in. Skrivs en ekvation eller ett uttryck in i sökfältet redovisas steg-för-steg-förklaringar på hur dessa löses/förenklas. Även en grafisk representationer och alternativa algebraiska former för de lösningar som erhålls redovisas. Till skillnad från Wolframalpha så erbjuder Symbolab gratis steg-för-steg-förklaringar till ekvationer, där varje steg redovisas rent algebraiskt och med en förklarande kommentar till vad som sker rent matematiskt. Nedan visas exempel på när ekvation A och uttryck B hanteras av Symbolab.

Ekvation A.

$5x+3=7 \quad : \quad x=\frac{4}{5} \quad (\text{Decimal: } x=0.8)$

Steps

$5x+3=7$

Subtract 3 from both sides

$5x+3-3=7-3$

$5x=4$

Divide both sides by 5

$\frac{5x}{5}=\frac{4}{5}$

$x=\frac{4}{5}$

click here to practice equations »

Uttryck B.

$\frac{(2(2x+6)-12)}{2}=2x$

Steps

$\frac{(2(2x+6)-12)}{2}$

Factor $2(2x+6)-12$: $4x$

$2(2x+6)-12$

Factor out common term 2

$=2(2x+6-6)$

Factor $2x+6-6$: $2x$

$=2\cdot 2x$

Refine

$=4x$

$=\frac{4x}{2}$

Cancel the common factor: 2

$=2x$

Bild 2. Lösning av ekvation A och förenkling av uttryck B genomförd av Symbolab

Lösningen till ekvationen anges både i bråkform och i decimalform. Dessa förklaringar är väldigt utförliga och tydliga och varje enskilt steg avskiljs med en linje. När det kom till att förenkla uttryck B så gick systemet direkt på att faktorisera nämnaren vilket, i relation till kursen ma1, är en väldigt avancerad lösningsmetod.[27]

[27] www.symbolab.com (Besökt 04-04-2016)

2.2.3 Mathpapa

Mathpapa är en sida som precis som övriga sidor erbjuder steg-för-steg-förklaringar till ekvationer. Förklaringarna är i identiska med de som Symbolab redovisar, dock anges svaret endast i bråkform och någon decimal lösning redovisas inte. Mathpapa utmärker sig i denna granskning genom att vara den enda sida som färgkodar de manipulationer som görs i varje steg. Detta gör att det blir väldigt enkelt för användaren att följa dessa steg. Vad gäller förenkling av uttryck så hanterar sidan detta men redovisar inga steg-för-steg-förklaringar till hur det går till.[28]

Ekvation A.

Let's solve your equation step-by-step.

$$5x + 3 = 7$$

Step 1: Subtract 3 from both sides.

$$5x + 3 - 3 = 7 - 3$$

$$5x = 4$$

Step 2: Divide both sides by 5.

$$\frac{5x}{5} = \frac{4}{5}$$

$$x = \frac{4}{5}$$

Answer:

$$x = \frac{4}{5}$$

Uttryck B.

$$\frac{2(2x + 6) - 12}{2}$$

$$= 2x$$

Bild 3. Lösning av ekvation A och förenkling av uttryck B genomförd av Mathpapa

[28] www.mathpapa.com (Besökt 04-04-2016)

2.2.4 Cymath

Cymath är ytterligare en hemsida som erbjuder gratis steg-för-steg-förklaringar för ekvationslösningar och förenklingar av uttryck. Sidan erbjuder endast algebraiska representationer och redovisar svaret i både bråk- och decimalform. [29]

Ekvation A.

Solution

1 Subtract 3 from both sides

$$5x = 7 - 3$$

2 Simplify $7 - 3$ to 4

$$5x = 4$$

3 Divide both sides by 5

$$x = \frac{4}{5}$$

Done ✓

Decimal Form: 0.8

Uttryck B.

Solution

1 Factor out the common term 2

$$\frac{2(2x + 6 - 6)}{2}$$

2 Simplify $2x + 6 - 6$ to $2x$

$$\frac{2 \times 2x}{2}$$

3 Simplify $2 \times 2x$ to $4x$

$$\frac{4x}{2}$$

4 Simplify

$$2x$$

Done ✓

Bild 4. Lösning av ekvation A och förenkling av uttryck B genomförd av Cymath

[29] www.cymath.com (Besökt 04-04-2016)

3. Analys av omvärldsgranskning

I detta avsnitt analyseras de granskade artiklarna och de granskade CA-systemen. I relation till denna analys fastställs en kravspecifikation som utvecklingsarbetet av prototypen har utgått ifrån.

3.1 Analys av de granskade artiklarna

Denna analys fokus ligger vid att identifiera viktiga aspekter att ta hänsyn till då CAS används i en lärandesituation och vilka användningsområden som ett CA-system kan ha.

3.1.1 Implementering av CAS i lärandesituationer

Av de totalt 4 artiklar som granskats så konstateras att det inte finns någon generell indikation som pekar på att CAS direkt medför att matematikinlärningen i sig blir mer effektiv. Mycket tyder på att det är viktigt att verktygen implementeras i undervisningen på ett korrekt sätt. De nyckelaspekter som identifierats för att en implementering skall vara lyckad är *elevers förhållningssätt*, *teknisk instrumentering* och *den didaktiska miljön*. Dessa avseenden kommer att sammanställas nedan.

Elevers förhållningssätt
För att CAS skall nyttjas till sin fulla potential är det viktigt att eleverna förhåller sig till systemet på ett sätt som främjar inlärningen. Detta indikerar Blomhøj, Kramarski och Hirsch artiklar. Paralleller kan dras mellan det som Blomhøj benämner som *den reflekterande elevverksamheten*[30] och det fokus på *Self-Regulated Learning*[31] som Kramarski och Hirsch berör. Bägge dessa har även starka samband med *den iterativa process*[32] som eleverna genomgår i Pierces studie. I samtliga av ovan nämnda avseenden har eleverna själva funderat på *vilka* beräkningar som faktiskt sker och därefter försökt finna samband och se mönster. Att detta görs bland eleverna är viktigt för att verktyget faktiskt skall fylla en viktig roll i deras lärande. De slutsatser som dras är att eleverna måste nyttja verktyget på ett korrekt sätt. Här bär den verksamma läraren ett stort ansvar för att se till att detta faktiskt sker.

Teknisk instrumentering
I dagens IT-samhälle är användbarhet en direkt förutsättning för att en applikation skall erhålla några användare överhuvudtaget. Därmed bedömer jag denna aspekt som oerhört viktig. Att den tekniska instrumenteringen fått så lite fokus i studierna finns det goda anledningar att stå kritisk mot. Samtliga studier har nyttjat program som i sig inte har ett didaktiskt syfte och det känns orimligt att den tekniska instrumenteringen har varit helt oproblematisk. Blomhøj är den enda som berör detta ämne och belyser att det finns en risk att den tekniska instrumenteringen stör inlärningen. Intervjuresultaten visar på att somliga elever anser att CA-systemet som nyttjats i sig blev ytterligare en sak som skall läras in.

---

[30] Blomhøj, M. (2001), s. 206-212
[31] Kramarski, B & Hirsch, C. (2003), s. 36-39
[32] Pierce, R. (1999), s. 43

Didaktisk miljö
Både artikeln skriven av Kramarski och Hirsch och artikeln skriven av Pierces vittnar om att den didaktiska miljön som CA-systemen nyttjas inom är avgörande för hur effektiv inlärningen i slutändan blir. Pierce belyser att grupparbeten i en laborativ miljö bidrar till att skapa intressanta diskussioner, där eleverna argumenterar för eller emot teorier med CA-systemens resultat som grund[33]. Detta bekräftas även av Blomhøj som lyfter att lärandesituationen är starkt beroende av lärarens planering av öppna undervisningssituationer där eleverna kan få stöd när det gäller att skapa mening i sina aktiviteter och den efterföljande systematiska kunskapsutvecklingen[34]. Den didaktiska miljön är i sig inget jag som utvecklare kan styra över. Däremot kan denna information finnas att tillgå på sidan för att på så vis främja att eventuella lärare faktiskt ser över detta.

3.1.2 Användningsområden för CAS i lärandesituationer

Utifrån de granskade artiklarna har följande användningsområden för CAS i lärandesituationer identifierats.

Demonstrera matematiska samband
Att CAS kan fylla en viktig funktion när det kommer till att demonstrera matematiska företeelser framgår av Lindsays studie. I detta avseende lyfter Lindsay endast fördelen med att demonstrera samband mellan grafiska och algebraiska representationer[35]. Även Pierces studie visar på att CA-system kan fylla en viktig funktion när det kommer till att demonstrera samband mellan grafiska och algebraiska representationer[36]. Detta användningsområde bör dock kunna generaliseras till att exempelvis demonstrera samband mellan olika representationer av tal på bråkform eller demonstrera lösningsmetoder till ekvationer.

Lektionshjälp och eget arbete
I både Pierces och Lindsays studier framgår det att CAS kan fylla en viktig funktion när det kommer till att hjälpa eleverna i deras självständiga arbete[37]. CA-systemen medför att eleverna själva kan experimentera med en mängd matematiska uttryck därefter själva försöka finna mönster och samband och på så vis lära sig själv. Pierce benämner även att CA-systemen betraktades som en individuell expert, något som kan vara nyttofullt när eleverna exempelvis skall identifiera fel i sina egna lösningar[38], Blomhøjs artikel visar däremot en sida av CA-systemen som antyder att det även kan vara problematiskt för de elever som inte besitter tillräckligt med matematiska färdigheter[39]. I detta avseende blir det viktigt att Amathing är designat för att fånga upp de svaga eleverna.

[33] Pierce, R. (1999), s. 434
[34] Blomhøj, M. (2001), s. 186
[35] Lindsay, M. (1995), s. 2-4
[36] Pierce, R. (1999), s. 34-35
[37] Ibid, s. 34-35. & Lindsay, M (1995), s. 6-7
[38] Pierce, R.. (1999), s. 34-35
[39] Blomhøj, M. (2001), s. 196-197

Skapa diskussioner
Att diskutera matematiken är en viktig aspekt i enlighet med kursmålen för den svenska skolan. Pierces artikel visar på att CAS kan fylla en viktig roll när det kommer till att skapa elevdiskussioner utifrån de resultat som erhålls av CA-systemen[40]. Detta avseende är särskilt intressant då det i artikeln framgår att diskussioner har uppstått utan att det från början egentligen varit tänkt. CA-systemet benämns fylla rollen som en *individuell expert* som nyttjats för att argumentera för eller emot matematiska företeelser.

3.1.3 Sammanställning av de granskade CA-systemen

För att analysera de granskade CA-systemen så kommer analysen att utgå från Nevile (1995) analysmodell. Nevile menar att program avsedda för matematisk undervisning måste analyseras ur tre perspektiv -de måste studeras på, genom och tillbaka på[41]. Följande citat lyfter de centrala frågor som kommer att tas i beaktelse i denna analys:

> "Looking at software we see it as it is. Looking through it, we see what can be done with it. Looking back at it we see what is not possible with the software, and what is missed when it is used. "
>
> (Nevile, 1995, s. 154)

De två första stegen i analysmetoden - d.v.s. att studera de olika CA-systemen för *vad de är* och *vad systemen möjliggör* har redan gjorts i avsnitt 2. Därmed kvarstår att svara på den sista frågan, d.v.s. att svara på *vad som inte är möjligt med mjukvaran och vad som utelämnas när den används.*

De system som finns idag redovisar överlag väldigt detaljerade och utförliga lösningsförklaringar där de berör *hur* problemet löses och även *vad* som sker. Vad gäller frågan *varför* något sker behandlas inte av något av systemen. Detta är särskilt viktigt för att faktiskt erbjuda elever en möjlighet att förstå matematik. Även den matematiska terminologin är något som de granskade systemen faller på att förklara. Samtliga sidor nyttjar begrepp som faktorer och termer utan att faktiskt förklara innebörden av dessa.

Vad gäller att tydligt färgkoda de förändringar som sker är det endast ett system som faktisk nyttjar detta. Ett annat identifierat problem hos sidorna Wolframalpha och Symbolab är att sidorna redovisar en stor mängd information utifrån den input som användaren anger - detta oberoende av användarens förkunskaper. Sidorna redovisar bl.a. derivator, integraler och även andra matematiska koncept som inte tas upp i de inledande kurserna inom svensk matematik. Detta är en aspekt som troligen kan avskräcka elever med dåliga förkunskaper i matematik och det finns därmed en god poäng i att sålla bort all överflödig information.

---

[40] Pierce, R. (1999), s. 36-39
[41] Nevile, L. (1995), s. 154

3.2 - Kravspecifikation för Amathing

I detta avsnitt sammanställs en grundidé för hur Amathing skall se ut och fungera som verktyg. Även applikationens syfte fastställs. Detta görs för att konstruera fast ett mål som utvecklingsarbetet kan utgå från. I relation till de användningsområden för CA-system i lärandesituationer som framkommit av artiklarna, har detta arbete riktats mot att skapa ett lektionshjälpmedel vid elevers individuella arbete. Följande syfte har fastslagits för Amathing:

> ***Syfte och användningsområde för Amathing***
> Amathing syftar till att användas som ett hjälpverktyg vid elevers självständiga arbete inom aritmetik och algebra. Verktyget skall kunna implementeras inom ordinarie undervisning som ett komplimenterande hjälpmedel. Systemet är designat för att steg-för-steg vägleda användaren genom hur ekvationer kan lösas och hur uttryck kan förenklas. Dessa vägledningar kommer att förmedlas med ett korrekt matematiskt språk med tillhörande matematisk terminologi. Frågorna *vad*, *hur* och *varfö*r är centrala och dessa frågor skall besvaras av systemet vid varje individuellt steg för den redovisade lösningsförklaringen.

Vidare skall Amathing vara enkel att använda. De lösningsförklaringar som Amathing erbjuder skall redovisas tydligt och även färgkodas. För att underlätta för användaren skall systemet även ha en simplistisk och stilren design. Används Amathing i en undervisnings situation är det viktigt att eleverna förhåller sig mot systemet på ett korrekt sätt. Här bär den aktuella läraren ett stort ansvar och denne bör uppmana elever att ständigt fokusera vid att identifiera mönster och samband i de lösningar som redovisas. Naturligtvis kan även systemet användas i öppna undervisningssituationer som ett underliggande verktyg för att skapa diskussioner. Detta är dock inte applikationens huvudsakliga syfte.

4. Utvecklingsprocessen

Detta avsnitt redogör för utvecklingsprocessen och hur utvecklingsprocessen av prototypen har sett ut.

4.1 Utformandet av den grundläggande prototypen

Inledningsvis utformades en grundläggande prototyp. Syftet med denna prototyp var främst att bygga upp den underliggande datastrukturen för hur siffrorna hanteras internt inom systemet och säkerställa att de matematiska operationer som utförs fungerar. Vad gäller den underliggande matematik som tagits i beaktelse så utgår den från det centrala innehållet för kurs Ma1 enligt gy11. De fetmarkerade orden som kommer redovisas nedan är de delar av det centrala innehållet inom taluppfattning, aritmetik och algebra som prototypen avser beröra.

- **Egenskaper hos mängden av heltal**, olika talbaser samt begreppen primtal **och delbarhet.**
- **Metoder för beräkningar** inom vardagslivet och karaktärsämnena **med reella tal skrivna på olika former**, inklusive potenser med reella exponenter **samt strategier för användning av digitala verktyg.**
- **Generalisering av aritmetikens räknelagar till att hantera algebraiska uttryck.**
- Begreppet linjär olikhet.
- **Algebraiska** och grafiska metoder **för att lösa linjära ekvationer och olikheter** samt potensekvationer.

(Skolverket 2011, s. 102)

4.2 Den första testkörningen

Amathing testkördes för första gången den 7/4-2016. Detta gjordes under en workshop som anordnades för en ekonomiklass där samtliga elever under höstterminen samma läsår hade avslutat avsnitten ekvationer och algebra i matematik 1b. Under workshopen fick eleverna i uppgift att lösa ekvationen *5x-4=4x+7* och beräkna$\frac{7}{4} \cdot \frac{9}{2}$ på egen hand. Dessa uppgifter hade valts då prototypen fortfarande var i ett tidigt skede och därmed var långt från stabil. Ovan nämnda uppgifter kunde dock hanteras på ett korrekt sätt. Efter att eleverna arbetat med dessa uppgifter i par fick de tillgång med Amathing. Eleverna skulle då jämföra sina lösningar med de lösningar som Amathing redovisar. Därmed kunde de identifiera skillnader i lösningsmetoderna alternativt identifiera fel i deras egna lösningsmetoder. Efter workshopen svarade de på den enkätundersökningen som finns bifogad i bilaga A.

Av de öppna frågorna framgår det att eleverna anser att förklaringarna är enkla att följa och förstå. I de öppna frågorna framgår det att vissa elever tycker att den matematiska terminologin är svårt att förstå. I uppgiften där eleverna skulle lösa bråkadditionen angav Amathing svaret $\frac{25}{4}$. Detta var något som många elever reagerade på. De ville gärna se ett svar på delad form. Ur enkätundersökningen framgår att 95% av eleverna anser att Amathing kan bidra med ökad förståelse och 90% av eleverna tror sig komma att använda Amathing när sidan är färdigutvecklad.

Utöver uppenbara problem gällande exempelvis lösningsalgoritmer identifierades följande problemområden hos testgruppen:

- Amathing redovisar endast en representationer av tal i bråkform. Systemet bör även kunna redovisa bråk på delad form.
- Amathing redovisar inga förklaringar gällande den matematiska terminologin.

Dessa problemområden och de aspekter från den aktuella kravspecifikationen som ännu inte implementerats låg till grund för de förändringar som därefter gjordes i systemet inför den kommande workshopen.

4.3 Den andra testkörningen

Den andra testkörningen ägde rum 19/5-2016 och testgruppen var densamma som under den första testkörningen. Prototypen hade då modifierats med avseende på den feedback som erhållits av eleverna, men även ny funktionalitet hade tillkommit och algoritmerna hade förbättrats. I relation till den feedback som erhållits hade nu Amathing modifierats för att kunna redovisa svar både decimalt, på bråkform och på delad form. Vad gäller de matematiska begrepp som lösningsförklaringarna innehåller kan användarna numera även erhålla en förklaring till dessa genom att helt enkelt klicka på ordet. En ny funktion som hade tillkommit var färgkodning av de förändringar som görs i varje steg. Dessa blir först synliga när användaren håller muspekaren över ett steg i lösningsförklaringen - och resultatet av detta blir de siffror som bearbetas i det aktuella steget lyser upp i en annan färg. En annan funktionalitet som tillförts är att svara på frågan *varför*. Är det så att användaren känner sig osäker på varför någon operation utförs i ett visst steg kan användaren enkelt klicka på en knapp med ett frågetecken på, belägrad i det aktuella stegets högra nederkant. Detta medför att en ruta dyker upp med förklaringar till varför dessa operationer görs. En mer utförlig förklaring till hur Amathing fungerar och redovisar sina lösningar går att läsa i avsnitt 5.

Upplägget för den workshop som nu anordnats var detsamma som vid den föregående. De uppgifter som nu skulle lösas var att förenkla uttrycket $\frac{2\cdot(2x+6)-12}{2}$och lösa ekvationen $\frac{5x\cdot 3}{3}+7=3x-3$. Dessa uppgifter hade valts för att de kräver ett flertal olika operationer och därmed kunde mycket feedback erhållas över hur dessa operationer och tillhörande terminologi förklaras av systemet. Även denna gång så arbetade eleverna inledningsvis med uppgifterna i par utan hjälpmedel, för att sedan få tillgång till Amathing och därmed kontrollera sina svar med Amathings hjälp. Efter workshopen besvarades den enkätundersökningen som finns bifogad i bilaga B.

Utifrån den feedback som erhölls (både via enkätundersökningen och muntligt från workshopen) så upplevde 100% av eleverna att Amathing hade förbättrats, varav 77% av dessa upplevde att systemet förbättrats i hög grad. Eleverna ansåg att förklaringarna av den matematiska terminologin var bra och två av eleverna benämnde specifikt att de särskilt uppskattade att dessa förklaringar var korta och koncisa. 64% av eleverna kunde inte identifiera några förbättringsområden. De mest kritiska förslag på förbättringsområden som eleverna angav var följande:

- Att mata in uttryck korrekt (speciellt division, där parenteser behövs om täljaren eller nämnaren innehåller flera termer) var något många elever ansåg problematiskt.
- När Amathing löser ekvationer och förflyttar termer mellan leden så framgår det inte tydligt vilka termer som faktiskt byter led.+

Vad gäller denna kritik så är den förstnämnda aspekten svårt att faktiskt åtgärda. För att Amathing skall tolka och hantera ett uttryck på korrekt sätt är det direkt nödvändigt att det även matats in på korrekt sätt. Vad gäller förenkling av uttrycket $\frac{2\cdot(2x+6)-12}{2}$så är det viktigt att användaren skriver detta som $(2\cdot(2x+6)-12)/2$. I detta avseende var det många elever som glömde bort de parenteser som inte skrivs ut när uttrycket står på bråkform - något som medför fel svar. Dock så redovisar Amathing hur uttrycket tolkas av programmet vilket ger den uppmärksamma eleven en möjlighet att faktiskt kontrollera att denne skrivit in uttrycket korrekt. Att dock göra detta steg enklare för användaren är nog omöjligt i dagsläget, utan det krävs helt enkelt att eleverna besitter tillräckligt med matematiska färdigheter för att kunna ange uttrycken korrekt till programmet.

Vad gäller den andra aspekten så kan detta enkelt avhjälpas genom att dela in dessa förflyttningar i två steg. I steg ett så förflyttas termer från HL till VL och i steg två från VL till HL.

5. Slutresultatet: Amathing.se

I detta avsnitt redovisas bilder för hur den slutresultatet av prototypen av Amathing kom att se ut och även en mer utförlig förklaring av sidans funktionalitet redovisas.

5.1 Bilder på lösningsförklaringar av Amathing

I detta avsnitt redovisas Amathings lösningar på den ekvation och det uttryck som de granskade CA-system utsätts för.

Bild 5. Lösning av ekvation A genomförd av Amathing

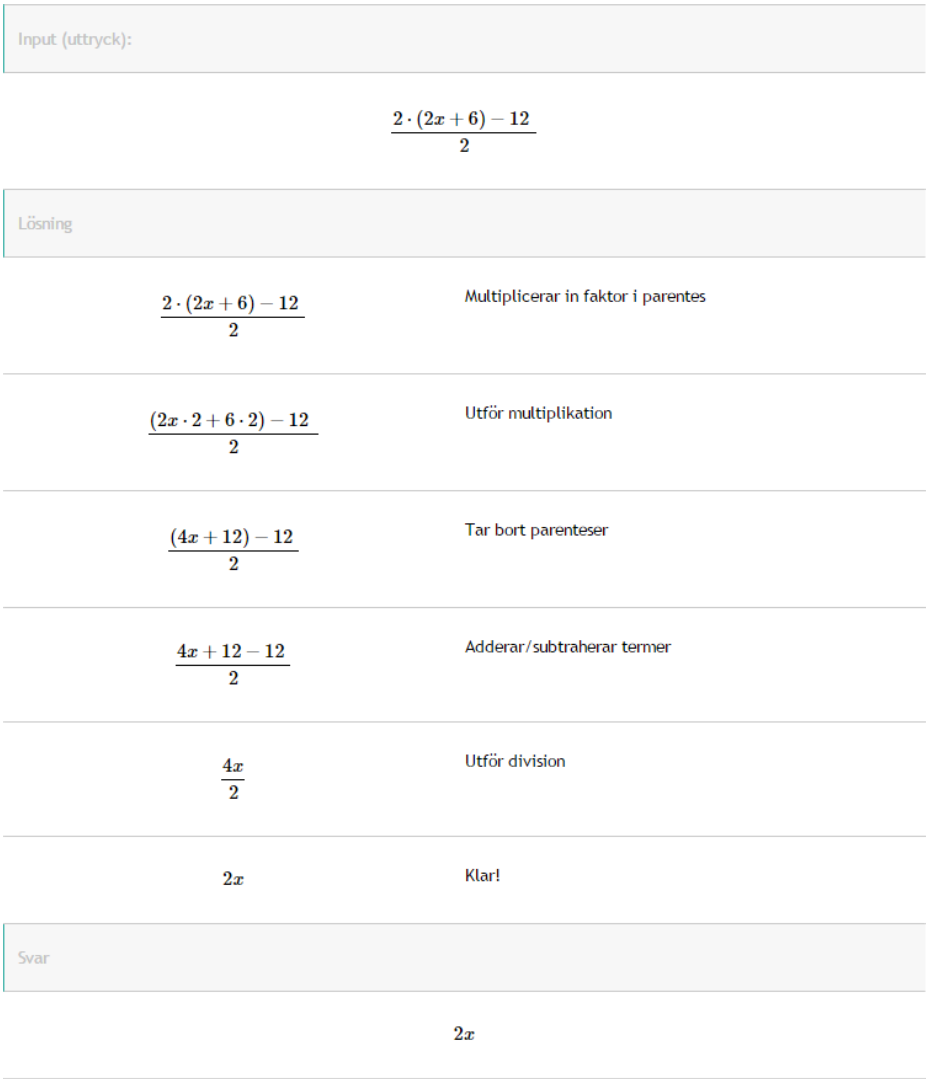

Bild 6. Förenkling av uttryck B genomförd av Amathing

Som kan identifieras vid granskning av de ovan bifogade bilderna så redovisar Amathing sina lösningar steg-för-steg. Till vänster sker all matematik och till höger redovisas en förklaring till vad som sker.

5.2 Amathings funktionalitet

Nedan följer ett exempel som visar på hur färgkodningen fungerar, hur den matematiska terminologin förklaras och hur frågan varför besvaras av systemet. Dessa förklaringar är tagna från det andra steget från den fullständiga förklaring som redovisas i bild 6.

5.2.1 Färgkodning

Amathing färgkodar alla de siffror som behandlas av den aktuella operationen som görs i varje steg. Dessa färgmarkeringar synliggörs först när användaren för muspekaren över det aktuella steget och ser ut som bilden nedan visar.

Bild 7. Färgkodning av Amathing

5.2.2 Förklaring av matematisk terminologi

Amathing erbjuder även förklaringar till den matematiska terminologi som förekommer i språket vid de aktuella lösningsförklaringarna. Dessa förklaringar är gjorda för att vara så korta och koncisa som möjligt och avser endast att fungera som en kort påminnelse snarare än en fullständig förklaring. Förklaringar erhålls genom att klicka på det ord som känns otydligt eller oklart - något som medför att en förklarande ruta dyker upp. Dessa förklaringar kommer alltid med ett eller flera exempel. Nedan redovisas en bild på hur Amathing förklarar ordet *multiplikation.*

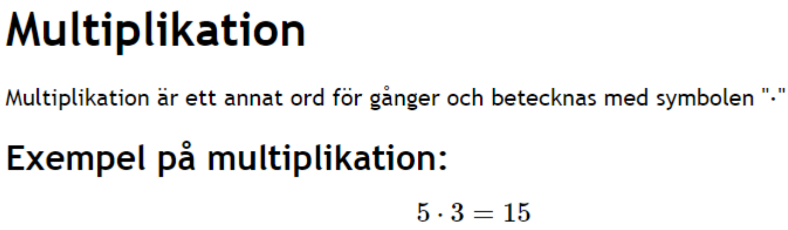

Bild 8. Förklaring av multiplikation utförd av Amathing

5.2.3 Förklaring av varför en operation utförs

När användaren håller muspekaren över ett steg i Amathings lösningsförklaringar dyker ett frågetecken upp i det högra hörnet (se bild 7). Klickar användaren på detta frågetecken dyker en förklaring upp till *varför* just denna operation utförs just nu. Nedan redovisas en bild på varför Amathing väljer att multiplicera faktorerna som är färgmarkerade i bild 7.

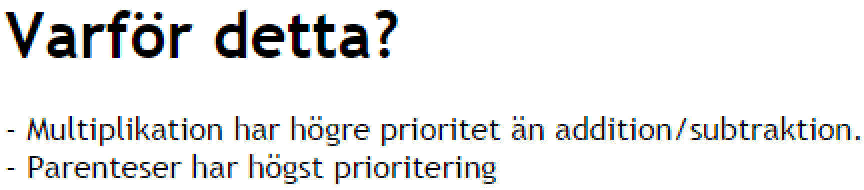

Bild 9. Förklaring till varför, utförd av Amathing

6. Avslut

Som nämnts i inledningen så är detta endast en prototyp och hemsidan är långt ifrån färdigutvecklad. Amathing hanterar i dagsläget lösningsförklaringar till förstagradsekvationer, men dessa lösningar är långt ifrån tillförlitliga och de underliggande algoritmerna är i ett stort behov av förbättring. Trots att sidan är långt ifrån komplett så visar detta arbete på vad som är möjligt med dagens teknik och hur detta kan användas i en faktisk lärandesituation. Huruvida applikationer av detta slag faktiskt gynnar elevers inlärning är tyvärr en viktig fråga som återstår att besvara.

Källförteckning

Tryckta källor

Blomhøj, M. (2001). Matematikdidaktik - ett nordiskt perspektiv. *Villkor för lärande i en datorbaserad matematikundervisning.* Studentlitteratur, Lund. s. 185-218.

Kramarski, B. & Hirsch, C. (2003). Journal of Computer Assisted Learning. *Using computer algebra systems in mathematical classrooms.* 19: p. 35-45

Kutzler, B. Kokol-Voljc, V. (2003). *Introduction to DERIVE 6.*

Lindsay, M. (1995). *Computer algebra systems: Sophisticated 'Number Crunchers' or an Educational Tool for Learning to Think Mathematically?*

Nevile, L. (1995). Looking at, through, and back at: Useful ways of viewing mathematical software. *Teachnology in mathematics teaching a bridge between teaching and learning.* s. 153-169.

Norman, D.A. (2013). *The design of everyday things. (Revised and expanded edition.)* New York, NY: Basic Books

Skolverket. (2011). *Läroplan, examensmål och gymnasiegemensamma ämnen för gymnasieskola 2011*. Edita, Västerås.

Skolverket. (2012). *TIMSS 2011 - Svenska grundskoleelevers kunskaper i matematik och naturvetenskap i ett internationellt perspektiv*. Elanders Sverige AB, Stockholm.

Skolverket (2013). *It-användning och it-kompetens i skolan.*

Pierce, Robyn. (1999). Merga. *Computer algebra systems facilitate positive learning strategies*. 22, p. 431-438.

Källor från internet

Parametric Technology Corporation. *PTC MathCad.* (Läst 2016). Hämtat den 25/4-2016 från www.ptc.com/engineering-math-software/mathcad

Small Seo Tools. (Besökt 2016). *Domain Age Checker.* Hämtat den 30/3-2016 från www.smallseotools.com/domain-age-checker/

Granskade Computer Algebra Systems

Cymath. (Besökt 2016). Hämtat den 4/4-2016 från www.cymath.com

Mathpapa. (Besökt 2016). Hämtat den 4/4-2016 från www.mathpapa.com

Symbolab (Besökt 2016). Hämtat den 4/4-2016 från www.symbolab.com

Wolframalpha. (Besökt 2016). Hämtat den 4/4-2016 från www.wolframalpha.com

Bilageförteckning

Bilaga A – Första enkätundersökningen

Bilaga B – Andra enkätundersökningen

Bilaga A – Första enkätundersökningen

1. Jag bedömer mina matematikkunskaper som…

   a) Mycket goda
   b) Goda
   c) Neutrala
   d) Svaga
   e) Mycket svaga

2. Brukar du använda appar eller hemsidor för att lösa ekvationer eller andra beräkningar?

   a) Ja
   b) Nej

3. I vilken grad anser du att Amathings förklaringar var lätta att förstå och följa?

Jag anser att Amathings förklaringar var…

   a) mycket lätta att förstå och följa.
   b) lätta att förstå och följa.
   c) varken lätta eller svåra att förstå och följa.
   d) svåra att förstå och följa.
   e) mycket svåra att förstå och följa.

4. Om du skulle ändra på något hos Amathing – vad skulle detta vara?

Bilaga B. – Andra enkätundersökningen

1. Vad anser du om Amathing i relation till hur hemsidan fungerade vid det första testtillfället?

Jag anser att Amathing har…

- a) förbättrats i hög grad.
- b) förbättrats.
- c) försämrats.
- d) försämrats i hög grad.
- e) Jag närvarade ej vid det första tillfället.

2. Finns det något hos Amathing som du skulle vilja ändra på?