



UPPSALA  
UNIVERSITET

U.U.D.M. Project Report 2016:19

# ”Skolfiaskot” och matematikdidaktiken

## Läroplanens inverkan på elevernas matematikkunskaper

Henrik Gustavsson

Examensarbete i matematikdidaktik, ämneslärarprogrammet, 15 hp

Handledare: Anders Öberg

Examinator: Veronica Crispin Quinonez

Juni 2016

A large, faint watermark of the Uppsala University seal is visible in the bottom right corner of the page. The seal features a sun with rays, a banner with the word 'VERITAS', and the Latin motto 'ALIIENSIS GRATIA' around the top and 'AZA' at the bottom.

Department of Mathematics  
Uppsala University



## Innehåll

Sammanfattning.....	2
Inledning.....	2
Syfte och frågeställningar.....	4
Syfte .....	4
Frågeställningar .....	4
Tidigare forskning.....	4
Skolmatematikens tidiga historia .....	4
Traditionalister, reformivrare och implementeringsproblem.....	6
Skifte inom den matematikdidaktiska forskningen.....	7
Metod .....	10
Avgränsning .....	10
Material (förstudie) .....	11
Skolverkets läroplaner, kursplaner, föreskrifter och allmänna råd för Grundskolan.....	12
Internationella jämförelser.....	12
Svenska jämförelser .....	16
Tillvägagångssätt.....	18
Resultat.....	20
Sammanfattat resultat 1980 till 1989 .....	20
Detaljerad genomgång av styrdokument för perioden 1980 – 1989.....	20
Sammanfattat resultat 1990 – 1993 .....	27
Detaljerad genomgång av styrdokument för perioden 1990 – 1993.....	27
Sammanfattat resultat 1994 – 1998 .....	29
Detaljerad genomgång av styrdokument för perioden 1994 – 1998.....	29
Sammanfattat resultat 1999 – 2010 .....	31
Detaljerad genomgång av styrdokument för perioden 1999 – 2010.....	31
Slutsatser och diskussion.....	32
Källförteckning.....	34
<i>Bilaga 1</i> .....	37

## Sammanfattning

Mot bakgrund av de svenska elevernas sjunkande resultat på jämförelsetester av matematisk kunskap, studeras det didaktiska skiftet i skolans styrdokument över tid för att ta reda på om det förekommer någon samvariation.

Resultatet är inte entydigt men pekar på att korrelationen mellan ett skifte i styrdokumentens innehåll, från en övervägande prioritering av räknefärdigheten till att i betydligt högre grad prioritera verbala förmågor, och resultatfallen i matematik är svag. Resultatet indikerar att det finns andra faktorer än matematikdidaktiska som bättre kan förklara elevernas sämre prestationer på jämförelsetester i matematik.

## Inledning

Flera gånger under 2000-talet har diskussioner om den svenska skolan blossat upp; oftast har det handlat om att den svenska skolan är i kris. Ibland problematiseras den svenska lärarkårens allt tuffare arbetsmiljö och förhållandevis låga löner i relation till studietiden. Till övervägande del har diskussionen emellertid kretsat kring svenska elevers sjunkande resultat i internationella jämförelser såsom PISA, TIMSS och PIRLS. De internationella jämförelsetesterna som började genomföras från 1995 visar sammantaget att svenska skolelevers kunskapsutveckling har varit negativ under perioden fram till idag, en kontinuerlig nedgång som går tvärtemot de flesta andra jämförbara länder som deltagit i undersökningarna. Specifikt för matematiken gäller att resultaten har en markant sjunkande tendens och att de har gått från att tidigare ha legat på över OECD-genomsnitt, till att i de senaste mätningarna ligga under.<sup>1</sup>

En snabb genomgång av medias framställning av nedgången visar på katastrofrubriker såsom "Nytt skolfiasko i PISA-rapport",<sup>2</sup> "Skolan en nationell katastrof",<sup>3</sup> "PISA ett nationellt trauma",<sup>4</sup> "Elever och lärare om nya skolkrisen"<sup>5</sup> och "Pisakatastrofen kan bli skolans räddning"<sup>6</sup>. Dessa rubriker är bara några droppar i det hav som utgörs av den negativa mediabevakning som florerat i pressen under de senaste åren. Även i svenska undersökningar har en negativ trend för de svenska elevernas matematikkunskaper kunnat påvisas från början av 1990-talet.

De försämrade skolresultaten som såväl de internationella som svenska jämförelserna pekar på leder naturligtvis till frågeställningar om vad de bakomliggande orsakerna kan vara. Att utreda vad nedgången beror på har också blivit något av en nationalsport och det finns minst lika många teorier och åsikter om det, som det finns konspirationer kring Palmeutredningen. Det är därför svårt att urskilja empirin från åsikterna. En av de mer prominenta teorierna är den om den svenska "flumskolan" som finns i lite olika varianter. Den går i princip ut på att det behövs hårdare bedömningsmetoder, hårdare kontroll av elevernas uppförande och frånvaro samt "ordning" och "disciplin" i klassrummen för ökad arbetsro och

---

<sup>1</sup> Skolverket, 2014, *Resultat från 40 internationella studier sammanfattade*, Resultatutvärderingsenheten.

<sup>2</sup> Josefin Westin, *Aftonbladet*, "Nytt skolfiasko i PISA-rapport", 2014-04-01.

<sup>3</sup> Per Gudmundsson, *Svenska Dagbladet* (ledare), "Skolan en nationell katastrof", 2013-12-03.

<sup>4</sup> Ebba Witt-Brattström, *Skolvärlden*, "PISA ett nationellt trauma", 2013-06-07.

<sup>5</sup> Ulf Fahlén, *Expressen*, "Elever och lärare om nya skolkrisen", 2013-12-03.

<sup>6</sup> Magnus Oskarsson och K G Karlsson, *Svenska Dagbladet*, "Pisakatastrofen kan bli skolans räddning", 2015-05-26.

bättre skolresultat.<sup>7</sup> Under Alliansens regeringsinnehav mellan och 2014 har också åtgärder vidtagits mot den påstådda ”flumskolan” (nationella prov, 2006 mer kontroll över CSN och tidigare betyg). Det är svårt att undersöka huruvida uppgörelsen med ”flumskolan” har haft någon inverkan på PISA-testerna eftersom det endast finns statistik från en PISA-mätning efter Lgr11, nämligen PISA 2012. Ett års implementering av en ny läroplan kan knappast ha påverkat resultaten i nämnvärd utsträckning (2015 års resultat presenteras i december 2016). Även om det är för tidigt att dra slutsatser av åtgärdernas påverkan på skolresultaten, finns det ännu inget som tyder på att uppgörelsen med ”flumskolan” uppnått avsett resultat i elevernas kunskapsutveckling. En annan teori, delvis besläktad med ”flumskoleteorin” då teorierna ibland förekommer tillsammans,<sup>8</sup> går ut på att kvaliteten på lärarna i den svenska skolan är för dålig. Det finns lite olika förslag för att ta itu med detta men ökad professionalisering (till exempel med lärarlegitimationer), fortbildning, förändringar i lärarutbildningen och högre löner för att öka konkurrensen på lärarutbildningarna är vanligt förekommande förslag.<sup>9</sup> Även om det har skett en reallöneminskning för lärare relativt andra yrkeskategorier fram till 2010, har den inte varit särskilt stor.<sup>10</sup> Lärarlegitimationen är därutöver ny och det är därför svårt att utreda en eventuell koppling mellan lärarkompetens och kunskapsfallet i mätningarna. Inte heller kan matematiklyftet, som pågått mellan 2013 och 2016, ännu utvärderas mot skolresultaten.<sup>11</sup>

Andra teorier om orsakerna bakom kunskapsfallet inbegriper att det inte är tillräckligt roligt i skolan,<sup>12</sup> att svenska pojkar har ett ökande datorspelade<sup>13</sup> och att mätmetoderna i PISA-testerna inte är anpassade till den svenska läroplanen.<sup>14</sup> En teori som har seglat upp till att bli en av de mest understödda i debatten är den om invandringens negativa inverkan på skolresultaten.<sup>15</sup> Denna teori är utredd av skolverket som visar att endast en liten del av resultatfallet kan härledas till invandringen.<sup>16</sup> En ytterligare förklaring som framhållits är att svenska elever idag kan ha mindre motivation att svara så bra de kan jämfört med tidigare.<sup>17</sup> Även detta påstående har till stor del falsifierats av skolverket, som i en utredning slår fast att

---

<sup>7</sup> Anna-Lena Hernvall, *Skolvärlden*, ”Lärlöner spelar roll för elevernas resultat”, 2014-02-18; Bengt Nordström, *Barometern*, ”Mer disciplin behövs i den svenska skolan”, 2016-03-16; Daniel Gazett, *SVT.se*, ”PISA-expert: Satsa på lärlöner”, 2014-02-18; Hanna Jakobson, *Expressen*, ”SD: ’Det är dags att flumskolan tar slut’”, 2015-06-09; Steve Adcock, *Expressen*, ”Den svenska skolan behöver mer disciplin”, 2016-04-10.

<sup>8</sup> Hanna Jakobson, *Expressen*, ”SD: ’Det är dags att flumskolan tar slut’”, 2015-06-09.

<sup>9</sup> Eva Alerby, P O Erixon, Tomas Kroksmark, Monika Vinterek, *Dagens Nyheter*, ”Har Sverige något att lära av de bästa PISA-länderna?”, 2015-05-13; Niklas Arevik, *Lärarnas Tidning*, ”PISA: lärlöner viktigare än klasstorlek”, 2013-12-06;

<sup>10</sup> Stefan Helte, *Lärarnas tidning*, ”Lärare tjänar sämre än 2003”, 2016-04-07.

<sup>11</sup> Skolverket, *Om matematiklyftet*.

<sup>12</sup> Ingemar Fredriksson, *Svenska Dagbladet*, ”Tänk om skolan är tråkig – på riktigt?”, 2017-07-13.

<sup>13</sup> Skolverket, *Ny PISA-studie: Viktigt att tänka till om skoldatorer*, 2015-09-15; Tomas Tobé, *Aftonbladet*, ”För mycket tid på spel och för lite tid för läxor”, 2014-02-26.

<sup>14</sup> Stefan Lindström, *Skolvärlden*, ”PISA irrelevant för läroplanen”, 2014-01-24.

<sup>15</sup> Gabriel Heller Sahlgren, *Dagens Nyheter*, ”Invandringens effekt på skolresultaten kräver krafttag”, 2015-07-29; Jonathan Jeppson, Max Sommerstein, *Aftonbladet*, ”Så påverkar invandringen resultaten i skolan”, 2016-03-14.

<sup>16</sup> Skolverket, 2016, *Invandringens betydelse för skolresultaten*.

<sup>17</sup> Kristoffer Örstadus, *Dagens Nyheter*, ”Så lite bryr sig svenska elever om Pisa-testet”, 2014-06-16; Kristoffer Örstadus, *Dagens Nyheter*, ”Därför kan PISA-resultaten vara missvisande”, 2014-06-04.

endast en mycket liten del av resultatnedgången härrör från förändringar i motivationsgrad hos eleverna.<sup>18</sup>

Även om resultatfallet i de internationella jämförelserna gäller såväl naturkunskap och läsförståelse som matematik, finns ingen ambition i ovanstående teorier att förklara att det relativa fallet i matematikkunskaperna är större än i de andra ämnena. Här seglar en ny och intressant teori upp som pekar ut ett skifte i matematikdidaktiken de senaste 20 åren och som föreslås kunna vara en orsak till försämrade matematikkunskaper hos svenska elever. Kan ett didaktiskt skifte i matematiken vara orsaken bakom resultatfallet i internationella och svenska jämförelser i matematik?

## Syfte och frågeställningar

Nedan presenteras uppsatsens syfte och frågeställningar.

### Syfte

Syftet med uppsatsen är att kartlägga hur det didaktiska skiftet i forskningen om matematikundervisning under de senaste 20 åren tagit sig uttryck undervisningen samt hur detta, i sin tur, kan ha påverkat resultaten i de internationella och svenska jämförelserna.

För att kunna relatera ett eventuellt skifte i undervisningen till försämrade resultat i matematik för svenska elever är tidsaspekten mycket avgörande, vilket föranleder en jämförelse mellan implementeringen av det didaktiska skiftet och resultaten på testerna över tid.

### Frågeställningar

För att uppnå syftet inriktas analysen på att svara på följande frågeställningar:

- Har skolmatematiken förändrats mellan 1980 och 2010, med avseende på den matematikdidaktiska forskningen och i så fall hur?
- Finns det någon korrelation över tid mellan den förändrade skolmatematiken och resultaten i internationella och svenska jämförelser?

## Tidigare forskning

I följande kapitel presenteras den vetenskapliga debatten om matematikdidaktiken fram till idag.

### Skolmatematikens tidiga historia

Skolmatematikens framväxt skedde under ständig relation till och som en enklare avbild av universitetsmatematiken och måste därför också studeras som sådan. Den vetenskapliga matematiken är tillsammans med räknekonsten skolmatematikens ”traditionella förflutna”, enligt Sverker Lundin (2008) som har undersökt matematiken som skolämne utifrån ett historiskt perspektiv. Fram till cirka 1630 dominerades matematiken av just räknekonsten, det vill säga formuleringar och lösningarna av konkreta problem med tillämpningar i vardagen.

---

<sup>18</sup> Skolverket, 2015, *Förändring i svenska elevers motivation kan endast förklara en liten del av resultatnedgången i PISA*, i *Fokus På NR* 2 april 2015.

Därefter började matematiken i allt högre grad förnyas med en mer allmängiltig och vetenskaplig ambition, särskilt under 1700-talets upplysningsideal där vetenskap och empiri sakteligen började konkurrera ut gamla mer traditionella universitets- och skolämnen som till exempel latin. Denna utveckling accelererade under 1800- och 1900-talen där matematikens betydelse hela tiden ökade i takt med att den gamla överklassens bildningsideal, representerade av adelsmän och prästerskap, ersattes inom statsapparaten institutioner av samhällets nya elit, borgarklassen och dess samhällsnyttideal. Denna diskursändring kan ses i ljuset av att den nya samhällsordningen krävde meritokrati snarare än feodalismens nepotism och arvsrätt.<sup>19</sup>

Meritokratin krävde objektiva mätinstrument och som detta fungerade matematikämnet på universitetet utmärkt, särskilt efter ett skifte från muntliga till skriftliga examinationer i början av 1800-talet. Matematiken blev alltså tidigt betraktat som ett objektivt värdeområde av elevernas kunskaper. Denna funktion hos matematiken som ett allmänt test på elevens kompetens, påverkade även innehållet i matematikämnet. Ämnet inriktades på "tanketräning" och logik, vilket är ett avsteg från såväl den vetenskapliga, som den rent praktiska synen på matematik. Efter 1859 års uppdelning av förgymnasial utbildning i "gymnasium" och "realskola", där undervisningen i de klassiska ämnena var grundstenen i den förra och undervisningen i nyttoämnen med matematiken som främsta företrädare i den senare, skedde en återgång till skolmatematikens fundament. Räknekonsten och de vetenskapliga matematiska disciplinerna såsom geometri, aritmetik och algebra kom åter att präglade undervisningen. När det svenska skolsystemet vidareutvecklades till folkskolor och läroverk blev det tydligt att skolmatematiken hade olika syfte beroende på samhällsklass, något som Lundin menar sätter spår i skolmatematiken som ämne än idag. För läroverket var matematiken som vetenskap det viktigaste ämnet i examen och för folkskolan var det uppreppande räknandet ett sätt att disciplinera underklassens barn. På så sätt kan skolmatematiken idag ha spår av såväl praktisk nytta, disciplinering och som allmän ekvivalent för skolkunskaper.<sup>20</sup>

Den fortsatta utvecklingen av matematiken som skolämne under 1900-talet följde Ivor Goodsons (1993) allmänna hypotes om skolämnens mognadsprocess från att vara mer praktiskt och nyttoinriktat till ett allt mer intimt närmande till skolämnets akademiska motsvarighet.<sup>21</sup> Tanketräningen och det praktiska fick i allts större utsträckning ge vika för allmängiltighet och vetenskap och studiet av matematik i skolan har allt mer kommit att innebära studier för ämnets egen skull snarare än någon nyttofunktion, även om denna utveckling inte fullbordats helt enligt Lundin (2008).<sup>22</sup> Enligt Lena Molins (2006) genomgång av olika utbildningsfilosofier kan matematiken som skolämne från 1700 till 1900-talet sägas ha gått från att styras av en *perennialistisk* till en *essentialistisk* filosofi.<sup>23</sup>

---

<sup>19</sup> Lundin, Sverker (2008). *Skolans matematik: En kritisk analys av den svenska skolmatematikens förhistoria, uppkomst och utveckling*. Diss. Uppsala: Uppsala Universitet, s. 107f, s. 137ff, 179.

<sup>20</sup> Lundin, 2008, s. 181f, 206, 208ff, 227ff, 273f, 299, 357.

<sup>21</sup> Goodson, Ivor (1993). *School subjects and curriculum change*, s. 3, 9, 25f.

<sup>22</sup> Lundin, 2008, s. 367ff.

<sup>23</sup> Molin, Lena (2006). *Rum, frirum och moral: en studie av skolgeografins innehållsval*, Uppsala: Department of Social and Economic Geography, Geography, Uppsala University, s. 65.

## Traditionalister, reformivrare och implementeringsproblem

Ann-Sofi Røj-Lindberg (2004) undersöker olika matematikdidaktiska uppfattningar som framförts av forskare från början av 1970-talet och framåt. Hon identifierar en kamp inom den matematikdidaktiska forskningen som hon menar står mellan ”traditionalister” och ”reformivrare”.<sup>24</sup> Även Goodson (1993) kommer fram till i princip samma uppdelning fast han använder en annan typologi där Røj-Lindströms ”traditionalister” pekats ut som följare av en akademisk tradition medan ”reformivrarna” är de som följer en pedagogisk tradition.<sup>25</sup> Røj-Lindbergs ”traditionalister” är, avskalat det som är oväsentligt för själva matematikdidaktiken,<sup>26</sup> de forskare och lärare som lyfter fram vikten av elevernas proceduriella lärande där vikt läggs vid memorering av basfakta och korrekt lösta räkneövningar. En traditionell form av matematikundervisning bygger därför på upprepande av räkneövningar i läroboken efter att läraren gått igenom exempel på tavlan. ”Reformivrarna” däremot anser att elevernas resonemang och förståelse av de bakomliggande strukturerna och logiken är viktigare än själva utförandet av de matematiska beräkningarna.<sup>27</sup>

Av intresse för analysen av läroplanernas (i vid bemärkelse) matematikdidaktiska skifte, är även Røj Lindbergs slutsats att de traditionalistiska matematikdidaktikerna ständigt tycks gå segrande i kampen med reformivrarna då skolmatematiken ständigt tenderar att återgå till traditionell undervisning alldeles oavsett skolreformer eller läroplaner. Detta ska, enligt Røj-Lindberg, bero på olika nedärvda mekanismer som har att göra med klassrumsmiljön och lärarnas rutiner.<sup>28</sup> Slutsatsen att det är mycket svårt att förändra matematikundervisningen får medhåll även från annat håll. Ulf Lundgrens (1983) marxistiskt inspirerade redogörelse för läroplansteorin beskriver olika fysiska och organisatoriska ramar i form av exempelvis läroböcker och skolmiljö, som tillsammans med skolans institutionella roll som reproducent av det givna samhället har en konservativ inverkan på skolans utveckling.<sup>29</sup> Även Lee Shulman (1986) spelar ner skolreformers (och därmed förändrade läroplaners) inverkan på undervisningen, även om han gör det från i princip motsatt perspektiv. Shulmans menar att läraren aldrig är helt bunden att förmedla kunskaper i ett ämne på ett visst sätt.<sup>30</sup>

Även om det alltså är många forskare som uttryckt misstro till att en ”top-down” implementeringskedja inom skolan fungerar, det vill säga där styrningen av skolan faktiskt sker via politiska beslutsfattare ner till enskilda lärares undervisning,<sup>31</sup> finns det forskning som pekar på att förändringar i styrdokument har stor betydelse för lärarens uppfattning om sitt uppdrag och hur det sedan tar sig uttryck i undervisningen. I Ninni Wahlström och Daniel Sundgrens (2015) utvärdering av implementeringen av Lgr 11 används Lundgren (1986) förståelse av läroplanen på tre nivåer, en samhällelig utbildningspolitisk nivå, en

<sup>24</sup> Røj-Lindberg, Ann-Sofi (2004). *Tradition, attityd, och kultur i matematikundervisningen. Linjalen*, 13–14, Åbo: Åbo Akademi, s. 33.

<sup>25</sup> Goodson, 1993, s. 25f.

<sup>26</sup> Røj-Lindströms dikotomi mellan traditionalister och reformister inbegriper även pedagogiska aspekter som ledarskap, klassrumsmiljö och liknande som inte är av direkt vikt för själva matematikdidaktiken.

<sup>27</sup> Røj-Lindberg, 2004, s.29ff.

<sup>28</sup> Røj-Lindberg, 2004, s. 29-33.

<sup>29</sup> Lundgren, Ulf (1983), *Att organisera omvärlden. En introduktion till läroplansteori. Tredje upplagan*. Stockholm: Liber Förlag, s. 233f.

<sup>30</sup> Shulman, Lee s. (1986). *Those who understand: Knowledge growth in teaching. Educational Researcher*, 15(1), American Educational Research Association, s. 10-14.

<sup>31</sup> Rothstein, Bo (2001) *Politik som organisation*. Stockholm: SNS Förlag, s. 18f.



programmatisk nivå (den faktiska läroplanen) och en lokal klassrums- och skolnivå. De olika nivåerna relateras till varandra med Bernsteins (2000) begrepp ”rekontextualisering” som beskriver hur olika begrepp som exempelvis ”mål- och resultatstyrning” omtolkas i flera steg från den högsta nivån ner till klassrummet och läraren.<sup>32</sup> Resultatet av undersökningen visar att såväl lgr 11 som övrig information och riktlinjer från Skolverket är avgörande för vilket kunskapsinnehåll som undervisningen ska framhålla och hur detta ska bedömas.<sup>33</sup>

### Skifte inom den matematikdidaktiska forskningen

Røj-Lindberg publicerade sin studie 2004 och frågan är om hon var för ”pessimistisk”, från sitt synhåll, vad gäller ”reformivrarnas” inverkan på skolmatematiken och därmed även var aningen för snabb med att dra sina slutsatser. Hennes publikation verkar precis ha föregått ett faktiskt ”reformistiskt maktövertagande” som av allt att döma varit på gång under en tid.

Redan (1978) skiljde Richard Skemp mellan vad han kallade instrumentellt lärande och relationellt lärande inom matematiken. Det instrumentella lärandet går ut på användandet av fasta, memorerade ”planer” som används från att en elev erhåller en uppgift till att eleven producerat ett svar. Eleven känner igen beskrivningen av uppgiften från tidigare uppgifter eller genomgångar och använder sig av färdiga algoritmer och regler i en given följd för att lösa uppgiften. Detta sker utan att eleven är medveten om eller reflekterar över sambandet mellan de olika algoritmerna eller reglerna som används i processen. I det relationella lärandet å andra sidan, byggs ett konceptuellt schema upp där eleven kan gå både fram och tillbaks i uppgiften från olika startpunkter och förstår det matematiska sammanhanget frikopplat från de beräkningar och algoritmer som används. Detta ”konceptuella schema”, som Skemp menar är att föredra, hjälper sedan eleven att koppla an till andra uppgifter och områden genom att låta schemat växa.<sup>34</sup> Även Pierre van Hiele (1986) är inne på samma spår, även om han använder annan terminologi. Han ser förståelsen för matematiska strukturer på ett analogt sätt med Skemps konceptuella schan. Van Hiele menar att matematik inte är att memorera fakta, utan att utveckla insikter och uppfattningar om matematiska strukturer, strukturer som i likhet med Skemps schan med tiden utvecklas och inbegriper allt större delar av matematiken.<sup>35</sup>

1994 beskrev Susan Pirie och Thomas Kieren olika nivåer i matematisk förståelse, där de menar att det imitativa/observerande förståelsen är på en lägre nivå och att den strukturella eller konceptuella förståelsen är på den högsta. De ser det emellertid inte som trappsteg där elever måste gå från den lägre till den högre nivå, utan att elever direkt kan lära sig på de högre nivåerna utan mellansteg.<sup>36</sup> Hiebert, Gallimore och Stiegler med flera (2003) torde även de placeras bland Røj-Lindbergs reformivrare. De understryker en studie som visar att de

---

<sup>32</sup> Wahlström, Ninni, Sundberg, Daniel (2015). *En teoribaserad utvärdering av läroplanen Lgr 11*, Institutet för arbetsmarknads- och utbildningspolitisk utvärdering, rapport 2015:7, s. 5f.

<sup>33</sup> Wahlström och Sundberg, 2015, s. 22.

<sup>34</sup> Skemp, Rickard R, (1978). *Relational understanding and instrumental understanding*. Department of Education, University of Warwick, s. 14f.

<sup>35</sup> Van Hiele, P. (1986). *Structure and insight. A theory of mathematics education*. Orlando: Academic, s. 4f, 28.

<sup>36</sup> Pirie, Susan, Kieren, Thomas (1994). *Growth in mathematical understanding: How can we characterise it and how can we present it?*. I *Educational Studies in Mathematics*, 26, 165-190, s. 170-173.

länder som presterat bäst i TIMSS också är de som i högst grad använder sig av undervisning som går ut på konceptuell förståelse och sammanhang snarare än memorering av algoritmer.<sup>37</sup>

2002 publicerades den danska KOM-rapporten (Kompetencer og Matematiklæring) författad av Mogens Niss och Tomas Hojgaard Jensen. Rapporten utgår, i likhet med matematikdidaktikforskningen som beskrivits ovan, från att beräkningstekniker och memorerade fakta bara en liten del av matematikkunskaperna. Det slås fast att kunskap i matematik är liktydig med innehavandet av matematiska "kompetenser" som framförallt fäster vikt vid tänkande och resonemang kring matematiska problem och hur man kan kommunicera dessa. Kompetenserna beskrivs som "förmågor att förstå, bedöma, utföra och använda matematik inom olika inom- och utommatematiska kontexter"<sup>38</sup>. De åtta kompetenser som identifieras är *matematiskt tänkande, formulering och lösning av matematiska problem, matematisk modellering, matematiskt resonemang, matematisk representation, hantering av symboler och formalism, kommunicering i, med och om matematik* samt *användande av matematiska hjälpmedel*. Genomgående beskrivs de åtta kompetenserna som förmågor där eleven analyserar, reflekterar kring, formulerar och på olika sätt kommunicerar matematik.<sup>39</sup>

KOM-rapporten gjorde stort avtryck i Sverige och 2006 publicerade Ola Helenius en artikel i *Nämnanen* där han förordar en ökad betydelse för kompetenser i undervisningen och bedömningen av matematik i den svenska skolan. Detta står i kontrast till hur man traditionellt sett brukar bedöma en elevs kunskaper i matematik, det vill säga i vilken grad eleven behärskar det matematiska innehållet. Genom att utgå från kompetenser liknande dem som presenteras i den danska KOM-rapporten, menar Helenius att såväl läroplanen som enskilda lärare enklare kan följa och bedöma matematisk progression över tid.<sup>40</sup> Även Johan Lithner (2007) är inne på samma spår när han skiljer på *imitativt- och kreativt resonemang*. Lithner definierar resonemang som den tankebanan som används av en elev för att få fram påståenden och nå slutsatser i uppgiftslösning. Om angreppssättet för att producera en lösning är att imitera tidigare angreppssätt som memorerats från exempelvis en lärobok, kallar Lithner det för ett imitativt resonemang. Just memoreringen är, tillsammans med företeelsen att endast uttrycka lösningen genom att skriva ner den, det som definierar det imitativa resonemanget. Som illustrativt exempel använder sig Lithner av en uppgift som delats ut till 150 elever och som gick ut på att beskriva och bevisa analysens fundamentalsats. De som fått full poäng på uppgiften (50 % av eleverna) var de som hade producerat en exakt kopia av vad som stod i läroboken. De som fick fel hade försökt göra samma sak men hade skrivit av i fel ordning eller saknade vissa viktiga delar. Lithners slutsats är att eleverna klarat av att memorera hela eller delar av beviset men ändå inte förstått det. Det imitativa resonemangets raka motsats är, enligt Lithner, det *kreativa resonemanget*. Det består av tre delar där den första är att en helt ny resonemangskedja skapas av eleven för att producera lösningen. Den andra är att eleven argumenterar för varför valet av strategi för att lösa uppgiften är korrekt. Den tredje och sista

---

<sup>37</sup> Hiebert, James, Gallimore, Stigler, James m.fl. (2003). *Teaching mathematics in seven countrys: Results from the TIMSS 1999 video study*. Whashington D.C.: U.S. Department of Education, s. 203f.

<sup>38</sup> Niss, Mogens. (2003). *Mathematical competencies and the learning of mathematics: The Danish KOM project*. I *Third Mediterranean conference on Mathematics Education*, s. 119f.

<sup>39</sup> Niss, 2003, s. 121f.

<sup>40</sup> Helenius, Ola (2006). *Kompetenser och matematik*. I *Nämnanen nr 3 2006*, s. 11-15.

delen går ut på att argumentationen, som resonemanget är ett uttryck för, är förankrad i inneboende matematiska egenskaper hos de matematiska objekt som återfinns i lösningen.<sup>41</sup>

Fyra år senare träder den nya läroplanen Lgr 11 i kraft där för första gången sju olika förmågor, snarlika kompetenserna i KOP-rapporten, står i centrum för bedömning. Så här står det i Skolverkets beskrivning av skolämnet Matematik:

*Skolämnet matematik handlar inte enbart om att ”räkna” och lära sig en samling regler utantill. En del i matematiken är just att hantera procedurer och räkna, men enligt flera studier har detta fått en alltför stor dominans i svensk skolas matematikundervisning. I denna ämnesplan ges därför stort utrymme åt att belysa fler sidor av matematiken – matematik som verktyg, hjälpmedel, språk och logik.*<sup>42</sup>

De förmågorna som sedan Lgr 11 uttrycker målen i matematikämnesplanen är *begrepps-, procedur-, problemlösnings-, modellerings-, resonemangs-, kommunikations- och relevansförmåga*. I beskrivningar av samtliga förmågor, med procedurförmågan som undantag, understryks analys, reflektion, formulering och kommunicering av matematik precis som i KOM-rapporten.<sup>43</sup> Ett skifte från bedömning utifrån matematiskt innehåll till matematiska kompetenser är därmed fullbordat och uttrycker även faktiskt ett skifte i den matematikdidaktiska diskursen från det som Røj-Lindberg beskriver som en traditionalistisk syn till en mer reformistisk.

Kajsa Bråting och Tove Österman (2015) menar i ett utkast till en artikel att detta skifte inte har visat sig avhjälpa svenska skolelevers sjunkande resultat i internationella jämförelser som TIMSS och PISA. De menar att orsaken bakom de dalande resultaten inte heller verkar bero på ”flumskolan”, då en rad åtgärder i motsatt riktning satts in utan resultat (lärarlegitimationer, nationella prov och tidigare betyg). Istället menar de att matematikundervisningen kan ha påverkats negativt av inriktningen mot fokus på matematiska förmågor, där det ”verbala” dominerar till skillnad från tidigare då ren räknefärdighet betonades mer. Bråting och Österman menar att synen på vad som är matematik har ändrats under de senaste 20 åren och att detta även påverkat undervisningen på ett negativt sätt.<sup>44</sup>

Bråting och Österman placerar sig därmed på den traditionalistiska sidan i Røj-Lindbergs dikotomi mellan traditionalister och reformivrare. Ett problem med Bråtings och Östermans resonemang är att matematikdidaktiken förvisso har förändrats de senaste 20 åren men att detta nödvändigtvis inte har gjort något avtryck på själva undervisningen förrän Lgr 11. Sjunkande resultat i jämförelser går däremot att spåra längre tillbaka i tiden. Om det matematikdidaktiska skiftet faktiskt inte implementerats före Lgr 2011 innebär det att fallet föregår det didaktiska skiftet och att det inte finns fog för Bråting och Östermans resonemang. Men om det är så att skiftet av matematikdidaktiken faktiskt går att spåra i styrdokument redan innan 2011 vinner resonemanget stöd. Här återaktualiseras uppsatsens frågeställningar:

---

<sup>41</sup> Lithner, Johan (2007). *A research framework for creative and imitative reasoning*. Springer Science + Business Media B.V. 2007, s. 259-268.

<sup>42</sup> Skolverket, 2011, *Om ämnet Matematik*, s. 1.

<sup>43</sup> Skolverket, 2011, s. 1ff.

<sup>44</sup> Bråting, Kajsa, Österman, Tove (2015). Utkast: *Vad består goda matematikkunskaper av? John Dewey och matematikundervisningen i svenska skolor*. Uppsala Universitet: Uppsala.

- Har skolmatematiken förändrats mellan 1980 och 2010, med avseende på den matematikdidaktiska forskningen och i så fall hur?
- Finns det någon korrelation över tid mellan den förändrade skolmatematiken och resultaten i internationella och svenska jämförelser?

## Metod

Nedan redogörs för den metod som används för att utföra studien med avgränsningar, redogörelse för det material som används samt tillvägagångssätt för analysen.

## Avgränsning

För att kunna utreda om ett skifte i den matematikdidaktiska forskningen lett till försämrade resultat för svenska elever i svenska och internationella jämförelser, måste det först fastställas i vilken mån det didaktiska skiftet, som det redogjort för i ”tidigare forskning”, faktiskt implementerats i undervisningen. Wahlström och Sundgren (2015) visar i sin undersökning av hur Lgr 11 implementerats, att undervisningen i hög grad påverkas av Skolverkets ämnesplaner och direktiv.<sup>45</sup> För att en undersökning av matematikdidaktikens inverkan på skolresultaten är utgångspunkten därför att skolreformer och direktiv har en viss inverkan på undervisningen. Det är rimligt att anta att lärare inte själva implementerar nymodigheter direkt från forskningen i sin undervisning utan att de blir anvisade ovanifrån från myndigheter via pedagogiska ledare. Jag utgår alltså från att en förutsättning för att ett didaktiskt skifte i forskningen ska ha betydelse för resultaten i jämförelserna, måste det i någon grad omfattas av skolverket för att sedan implementeras i undervisningen av lärarna för att till sist, i förlängningen, kunna påverka elevernas kunskaper. Därför blir läroplaner, kursplaner och andra föreskrifter från skolverket en naturlig utgångspunkt för uppsatsen.

Det finns olika läroplaner och kursplaner för förskolan, grundskolan, grundsärskolan, specialskolan, gymnasieskolan och så vidare. Grundskolans läroplaner är av intresse eftersom de internationella jämförelsetesterna avser elever som går i grundskolan. De svenska jämförelserna görs på elever som precis gått ut gymnasiet, varför även gymnasieskolans ämnesplaner och föreskrifter ingår i det studerade materialet. De förändringar som är intressanta att studera är de som berör kursplanerna för matematikämnet och detsamma gäller för föreskrifter och allmänna råd. När det kommer till avgränsningen av vilka läroplaner och föreskrifter för grundskolan som används i studien kan det direkt konstateras att den senaste läroplanen (Lgr 11) och föreskrifter från skolverket (innan 1991 Skolöverstyrelsen) som tillkommit därefter är oanvändbara. Den senaste internationella jämförelsen som publicerats är PISA 2012 och det är rimligt att anta att endast ett års implementering av en förändrad läroplan inte har gett någon större inverkan på resultaten för eleverna. Även om det finns material att tillgå för de svenska testerna fram till och med 2015, kommer det sista testet som används i studien vara det från 2012. Enligt tidigare forskning dateras ett begynnande skifte i den matematikdidaktiska forskningen till mitten av 80-talet. Jag kommer därför att undersöka 1980- och 1994 års läroplaner för att se om det i den senare skett något skifte i enlighet med skiftet i den matematikdidaktiska forskningen. Av intresse är även om det under perioden

---

<sup>45</sup> Wahlström och Sundberg, 2015, s. 22.

1994 till 2011, alltså under den tid som det didaktiska skiftet skett inom forskningen, har tillkommit föreskrifter från skolverket som kan ha påverkat matematikundervisningen i samma riktning.

Ett alternativ hade varit att undersöka om det går att se en förändring i de nationella proven i matematik över perioden. Även detta skulle kunna ge en indikation på ett matematikdidaktiskt skifte men då omfånget på studien skulle bli alltför omfattande inom ramen för uppsatsen har detta valts bort.

Vad gäller de internationella jämförelsetesterna för just matematikkunskaper finns det två studier som är av särskilt intresse. PISA-testet är det som omdebatterats mest i media men har samtidigt ett begränsat material sett till undersökningar över tidsperioden, då de fem tester som finns tillgängliga genomförts mellan åren 2000 och 2012 och täcker därmed inte in den intressanta perioden på ett tillfredsställande sätt. Samtliga PISA-tester har i princip genomförts med 1994 års läroplan som fond; detta hindrar emellertid inte att vissa kopplingar kan göras mellan läroplan och föreskrifter på den ena sidan och resultaten från PISA-undersökningen på den andra. För även om testerna genomförts under samma läroplan, kan föreskrifter ha tillkommit mellan testerna samtidigt som implementering av tidigare förändringar ger mer effekt över längre tid. PISA-undersökningarna ger en ganska bra överblick över de svenska skolelevernas resultat över tid i relation till skolelever i andra länder.

TIMSS-testet är kanske bättre lämpat för undersökningen då det genomförts fem gånger mellan åren 1995 och 2011, där 1995 års resultat får representera den äldre läroplanen från 1980 och de föreskrifter som kommit sedan dess, medan de senare resultaten i allt högre grad representeras av den nyare läroplanen från 1994 och de föreskrifter som tillkommit allteftersom. TIMSS genomförs för elever i årskurs 4 och årskurs 8; i den här studien kommer endast resultaten för årskurs 8 att användas för att begränsa materialet. TIMSS är, till skillnad från PISA, dessutom en absolut värdemätare över tid av de svenska elevernas resultat. Sammantaget ger de båda testerna en bra överblick över förändringen i elevernas matematikkunskaper över tid.

Vad gäller de svenska jämförelserna har såväl Chalmers tekniska högskola i Göteborg som Kungliga tekniska högskolan i Stockholm och Linköpings tekniska högskola sedan början av 70-talet utfört diagnostiska prov för nyantagna studenter på civilingenjörsutbildningar. Det material som har varit möjligt att få ta del av är det som erbjudits till studien av Chalmers. Det är också detta material som används i analysen och får representera de svenska jämförelserna. Tidigare undersökningar har visat att resultaten från Chalmers och från Linköping följer samma tendenser vad gäller studenternas resultat.<sup>46</sup>

## Material (förstudie)

Nedan introduceras och sammanställs materialet som utgör grunden för studien.

---

<sup>46</sup> Högskoleverket (1999), *Räcker kunskaperna i matematik?*, Bedömningsgruppen för studenternas förkunskaper i matematik, s. 31f.; Johansson, Bengt (1998), *Förkunskapsproblem i matematik?*, I *Nämnamn nr 4 1998*, s. 20; *Östgöta correspondenten*, "Diagnostiska prov ger undervisning på rätt nivå", 2005-08-18;

## Skolverkets läroplaner, kursplaner, föreskrifter och allmänna råd för Grundskolan

Den svenska skolan styrs först och främst av det regelverk som består av skollagen och skolformsförordningarna. Därutöver tillkommer läroplanerna, inklusive kursplaner och andra direktiv från Skolverket som kompletterar läroplanen.<sup>47</sup> Läroplanen är ”en förordning som utfärdas av regeringen och som ska följas av de verksamheter som omfattas av förordningen [;] i läroplanerna beskrivs verksamheternas värdegrund och uppdrag samt mål och riktlinjer för arbetet”.<sup>48</sup> Näst efter skollagen är läroplanen det dokument som lärare har att förhålla sig till i sin verksamhet. Som vi ser berör inte läroplanen direkt de enskilda skolämnena, något som däremot görs i tillhörande kursplaner. Även om kursplanerna i varierande grad har varit integrerade i läroplanen, med tendensen att kopplingen förtydligats i senare läroplaner,<sup>49</sup> gäller i föreliggande arbete att när referenser sker till specifika läroplaner inkluderas även kursplanerna och betygskriterierna i referensen.

De läroplaner, med tillhörande kursmål och betygskriterier för matematikämnet, som kommer att användas är ”Läroplan för grundskolan 1980” (lgr 80) och ”1994 års läroplan för det obligatoriska skolväsendet” (lpo 94). Utöver läroplanen kan skolverket besluta att ge ut *föreskrifter* eller *supplement*, vilka är att likställa med bindande bestämmelser för skolan på samma sätt som läroplanen. En något svagare bestämmelse är de *allmänna råd* eller *kommentarmaterial* som skolverket kan besluta om. Dessa råd ska i princip följas av skolorna, om inte skolorna på annat sätt kan visa att de uppfyller kraven i bestämmelserna.<sup>50</sup> Samtliga föreskrifter och allmänna råd från Skolverket/Skolöverstyrelsen som tillkommit under perioden 1980 till och med 2010 och som är relevanta för matematikundervisningen kommer att användas i studien.

För en komplett redogörelse för de läroplaner, föreskrifter, supplement, allmänna råd och kommentarmaterial som analyserats, se *Bilaga 1*.

## Internationella jämförelser

Nedan presenteras de internationella tester för skolelever i matematik, tillsammans med de svenska skolelevernas resultat på testerna, som kommer att användas i studien. Denna förstudie ligger sedan till grund för jämförelsen med skiftet i matematikdidaktiken så som det uttrycks i läroplaner och föreskrifter från skolverket.

## PISA

PISA (Programme for International Student Assessment) är en internationell studie som genomförts var tredje år sedan år 2000 i OECD:s (*Organization for Economic Co-operation and Development*) regi. Studien ska undersöka ”i vilken grad utbildningssystemet bidrar till att femtonåriga elever är rustade att möta framtiden”.<sup>51</sup> PISA är alltså inte årskursbaserat, vilket för Sveriges del kan betyda att de elever som deltar i undersökningen kan gå i allt från 7:an i grundskolan till gymnasiet första år. Testet består av ett antal frågor där mycket tyngd läggs på förståelse av processer, sammanhang, tolkningar, reflektioner och resonemang kring matematiska problem samt problemlösning. Själva provet pågår under två timmar och gäller

<sup>47</sup> Regeringen, Kommittédirektiv 2006:19, *Översyn av grundskolans mål- och uppföljningssystem m.m.*, s. 366, 399.

<sup>48</sup> Skolverket, *läroplaner*, <http://www.skolverket.se/regelverk/laroplaner-1.147973>.

<sup>49</sup> Regeringen, Kommittédirektiv 2006:19, s. 374.

<sup>50</sup> Skolverket, *Föreskrifter, allmänna råd och SKOLFS*, <http://www.skolverket.se/regelverk/skolfs>.

<sup>51</sup> Skolverket, *Pisa i korthet*, <http://www.skolverket.se/statistik-och-utvardering/internationella-studier/pisa>.

två av ämnena matematik, naturkunskap och läsförståelse; frågorna kan vara såväl öppna som flervalsfrågor. Samtliga frågor sätts i ett sammanhang genom att föregås av en kort inledande text.<sup>52</sup>

Förutom själva testet får eleverna även fylla i en enkät om bland annat sin bakgrund och sitt upplevda engagemang, vilket sedan står som grund för de slutsatser som kan dras av PISA. Information som kommer deltagarländerna till del är, förutom resultatjämförelser överlag med andra länder, även skillnader i resultat baserat på kön, skolans storlek och typ av huvudmannaskap för skolorna. Däremot finns inte information om enskilda elevers eller skolors resultat att tillgå. Själva graderingen av resultaten går till på följande sätt: svårighetsgraden på varje fråga bestäms av hur många elever som svarat rätt på den, på samma sätt som i det svenska Högskoleprovet. Därefter placeras uppgifterna in på en mot varandra relativ svårighetsskala. Varje enskild elev som gör testet placeras sedan in på denna skala beroende på vilka frågor som eleven svarat rätt på, för att sedan jämföras mot varandra. Systemet med svårighetsskalor gör att eleverna kan svara på olika frågor och ändå jämföras i samma system. Eleverna kan dessutom få ett ”resultat” för sina matematikkunskaper, trots att de inte utfört matematiktestet utan testet i de andra två ämnena.<sup>53</sup>

Utöver de 34 OECD-länderna deltar även andra länder som uppnår vissa krav. Uppgifterna i PISA-testet utvecklas gemensamt av medlemsländernas representanter och av förslag som skickas in. Varje medlemsland har en representant i PISA:s beslutsfattande organ PGB (PISA Governing Board) och i Sveriges fall är det Skolverket som står som representant. Det operativa ansvaret för genomförandet och hanteringen av PISA i Sverige har Skolverket delegerat till Mittuniversitetet i Härnösand. I Sverige sker urvalet av vilka elever som ska göra testet i ett tvåstegsurval där cirka 200 skolor först väljs ut slumpvis, för att sedan slumpvis välja ut 30 elever från varje skola.<sup>54</sup>

Vad gäller de svenska elevernas resultat i matematikdelen av PISA-undersökningen så har de stadigt sjunkit sedan det första testet år 2000 för att nå det lägsta resultatet i den senast publicerade PISA-rapporten från 2015. De svenska resultaten åskådliggörs i *Tabell 1* nedan, där siffran står för medelvärdet av de svenska elevernas resultat. I tabellen återfinns även de andra nordiska ländernas resultat och även OECD-ländernas medelresultat som referens. Siffrorna som gäller 2003 till 2012 är ett medelvärde för flickornas respektive pojkarnas resultat. Alla siffror är avrundade till en decimal.

Land/År	2000	2003	2006	2009	2012
Sverige	510	509	502,5	494	478,3
Norge	499	495	490	497,5	489,4
Danmark	514	514,5	513	503	500
Finland	536	544,5	548,5	540,5	518,2
Island	514	515,5	505,5	506,5	492,9

<sup>52</sup> Skolverket, *Pisa i korthet*, <http://www.skolverket.se/statistik-och-utvardering/internationella-studier/pisa>.

<sup>53</sup> Skolverket, 2015, *Vanliga frågor om PISA*, s. 2-7.

<sup>54</sup> Skolverket, 2015, *Vanliga frågor om PISA*, s. 2-7.

OECD medel	-	500	500	494,2	495,6	494
---------------	---	-----	-----	-------	-------	-----

Tabell 1. Egen tabell med siffror hämtade från OECD <https://data.oecd.org/pisa/mathematics-performance-pisa.htm> och PISA 2000, s. 100, <http://www.oecd.org/edu/school/programmeforinternationalstudentassessmentpisa/33690591.pdf>.

Som vi kan se följer Sverige en utveckling från att ha legat stabilt över OECD-medel fram till 2006, till att i den näst sista mätningen ligga strax under och i den sista markant under OECD-medel. Utvecklingen i de andra nordiska länderna är också överlag negativ men Sverige är det land som både är ensamt om att ha en rakt nedåtgående trend och det land bland de nordiska länderna som sjunkit mest i skalan från 2000 till 2012. Sverige har också gått från att ligga ungefär i mitten jämfört med övriga nordiska länder år 2000, till att vara i särklass längst ned bland länderna i jämförelsen år 2012. Slutsatsen är att Sveriges resultat, i relation till jämförbara länder, har fallit påtagligt. Detta indikerar att de absoluta resultatfallet som beskrivs längre ner i TIMSS och de svenska jämförelserna framförallt beror på svenska omständigheter då en liknande trend inte finns, alternativt inte är lika påtaglig, i andra länder.

### TIMSS

Till skillnad från PISA styrs TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) inte av näringslivet utan av den internationella forskarsammanslutningen IEA (International Association for the Evaluation of Educational Achievement) som har sitt säte i Amsterdam. Testet framställs av forskare på Boston College's Lynch School of Education. TIMSS undersöker endast kunskaper i matematik och naturvetenskap och har som syfte att beskriva och jämföra elevprestationer i dessa ämnen samt en allmän ambition att jämföra skolsystemens effektivitet i olika länder.

Själva testet mäter matematikkunskaper dels inom olika discipliner som till exempel algebra och geometri och dels problemlösningsförmågan. Själva graderingen görs på ett annorlunda sätt än i PISA; medelresultatet i 1995 års studie sattes till 500 med en standardavvikelse på 100 och medelresultatet för eleverna i olika länder graderades därefter. Detta medelresultat hölls sedan dess konstant och användes i de senare undersökningarna som en referenspunkt, vilket till skillnad från PISA möjliggör en jämförelse för elevernas prestationer i varje lands i absolut avseende över tid. En ytterligare skillnad från PISA är att undersökningen är årskurs- och inte åldersbaserad; TIMSS genomförs vart fjärde år för årskurserna 4 och 8. Det första TIMSS-testet genomfördes 1995 och det senaste 2011. Testet genomförs i drygt 60 länder.<sup>55</sup>

De svenska elevernas resultat för matematik i TIMSS-undersökningen visar, liksom PISA-testerna, på en nedåtgående trend. De svenska resultaten åskådliggörs i *Tabell 2*, där siffran står för medelvärdet av de svenska elevernas resultat. I tabellen återfinns även Finlands och Norges resultat som referens, tillsammans med Storbritannien och Italien, som de västeuropeiska länder som varit med på flest undersökningar. Danmark och Island finns inte med i tabellen då länderna endast deltog i den första undersökningen 1995. Sverige deltog på

<sup>55</sup> Skolverket, 2015, "Vanliga frågor om PISA", s. 4f; Skolverket, "TIMSS i korthet"; TIMSS & PIRLS International Study Center, Lynch School of Education, Boston College, "About TIMSS & PIRLS International Study Center"; TIMSS & PIRLS International study center, Ina V.S. Mullis, Michael O. Martin, Pierre Foy, Alka Arora, s. 36f.

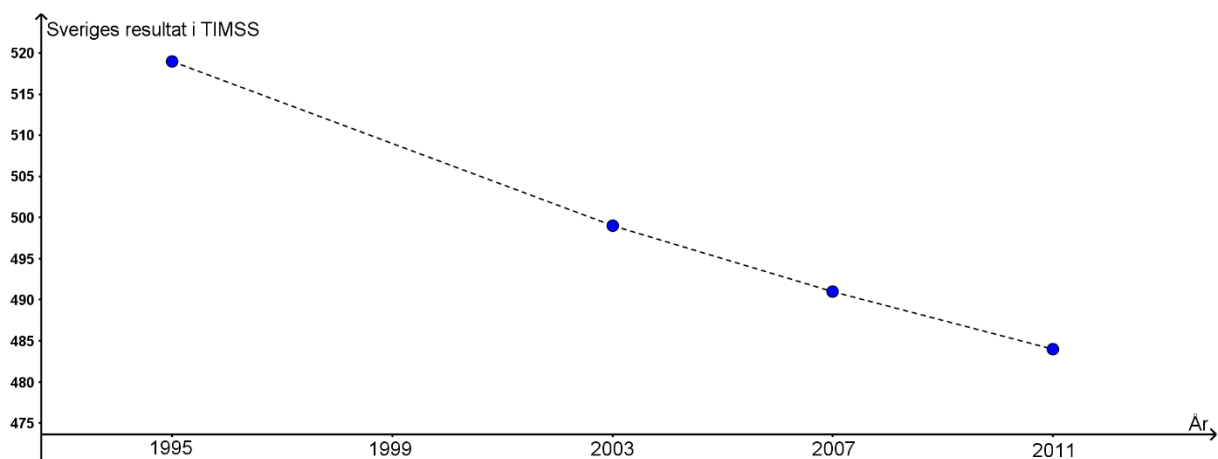


alla undersökningar utom den som genomfördes 1999. För de undersökningar där länderna inte deltog markeras detta med ett streck istället för en siffra i tabellen.

Land/År	1995	1999	2003	2007	2011
Sverige	519	-	499	491	484
Norge	503	-	461	469	475
Finland	-	520	-	-	514
Storbritannien	506 <sup>56</sup>	496 <sup>57</sup>	498 <sup>58</sup>	513 <sup>59</sup>	507
Italien	-	479	484	480	498

Tabell 2. Egen tabell med siffror hämtade från TIMSS & PIRS International Study center.<sup>60</sup>

Sveriges resultat i TIMSS indikerar att resultatfallet inte endast gäller i relation till andra länder, utan också mätt i absoluta resultat. Även om resultaten från 1999 saknas går det att se en kontinuerlig nedgång från 1995 till 2011 i de svenska skolelevernas resultat som dessutom verkar följa en linjär kurva (se figur 1 nedan). Som jämförelse har Norge återhämtat sig från ett stort fall från 1995 till 2003 och stadigt förbättrat sina resultat fram till 2011. Trots att Finland endast var med på två av undersökningarna kan vi ändå se att resultaten verkar ha hållit sig tämligen konstanta från 1999 till 2011. Både Storbritannien och Italien visar på varierande resultat utan någon tydlig trend annat än att än en svag resultatuppgång för Storbritannien och en något starkare för Italien kan observeras.



<sup>56</sup> Storbritannien representerat av England.

<sup>57</sup> Storbritannien representerat av England.

<sup>58</sup> Storbritannien representerat av Skottland.

<sup>59</sup> Storbritannien representerat av England.

<sup>60</sup> TIMSS 1995, "Highlights of Results from TIMSS", s. 2; TIMSS 1999, "Mathematics and Science Achievement of Eighth-Graders in 1999"; TIMSS 2003, "TIMSS 2003 Tables".

Figur 1. Egen figur med siffror hämtade från TIMSS & PIRS International Study center.

## Svenska jämförelser

Sedan 1970-talet har olika typer av diagnoser använts på universitet och högskolor för att hålla koll på nya studenters förkunskaper i matematik på civilingenjörsutbildningar. Resultaten i sin helhet finns inte tillgängliga utanför universiteten och själva diagnoserna har hållits hemliga för att kunna återanvändas. Diagnoserna testar eleverna på ett matematiskt innehåll och det är endast korrekta svar med tillhörande lösningar som bedöms.

### *Chalmers diagnostiska test i matematik för civilingenjörsprogrammet*

Chalmers har en av de längsta testserierna för nyantagna civilingenjörer i landet då de sträcker sig från 1973 fram till idag. Testet består av 9 olika uppgifter som var och ett behandlar ett ganska snävt område inom matematiken.<sup>61</sup> Diagnosen ges i inledningen av introduktionskurs i matematik och pågår i 30 minuter. Antalet studenter som genomfört diagnosen har varierat från 600 till 1200 över åren. Det är inte exakt samma uppgifter som ges i varje diagnos, utan uppgifterna väljs från en uppgiftsbank som består av cirka 30 uppgifter.<sup>62</sup> Vilka frågor som ställs vilka år förtäljs inte av materialet. Även om det är olika frågor som ställs i varje diagnos, vilka områden har sinsemellan skild svårighetsgrad, måste frågorna ständigt återkomma mellan åren då ett trettiotal frågor dividerat med nio områden ger tre till fyra frågor per område. Även om diagnoserna skiljer sig något från år till år och även om de som bedömer svaren byts ut kontinuerligt, ger ändå resultatet på testet en indikation på studenternas kunskaper. Resultaten på diagnoserna presenteras som andelen studenter som besvarat var och en av frågorna korrekt. Tidigare undersökningar har visat att resultatförändringar inte tycks påverkas av förändringar i antalet nyantagna på universiteten.<sup>63</sup>

Det material som används i studien består av resultaten på områdena *andragradsekvationer* och *logaritmlagar* från 1980 till 2012. För övriga områden som medelvärden för åren 1994 - 1995, 1996 - 1997, 1998 - 1999 och 2000 - 2001, där andelen korrekta lösningar först avrundats till hundradelar för att därefter vägas som medelvärde för de två åren med avrundningar till närmsta hundradel. Av de nio områdena har tre sällats bort i studien på grund av att för få resultat finns tillgängliga för angivna år; de bortsallade områdena är *trigonometriska ekvationer*, *trigonometri* och *kedjeregeln*.

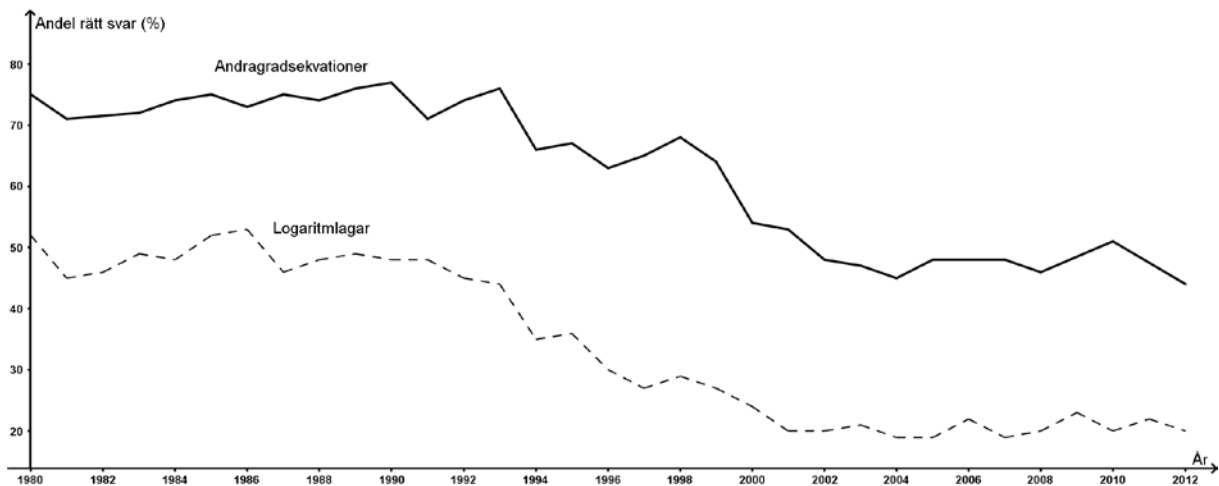
Resultaten för områdena *andragradsekvationer*<sup>64</sup> och *logaritmlagar* illustreras i *Figur 2* nedan.

<sup>61</sup> Områdena är *andragradsekvationer*, *logaritmlagar*, *bråkräkning*, *polynomdivision*, *trigonometriska ekvationer*, *trigonometri*, *räta linjer*, *kedjeregeln* och *derivataknot*.

<sup>62</sup> Högskoleverket (1999), *Räcker kunskaperna i matematik?*, Bedömningsgruppen för studenternas förkunskaper i matematik, s. 31f.; Johansson, Bengt (1998), *Förkunskapsproblem i matematik?*, I *Nämaren nr 4 1998*, s. 20; *Östgöta correspondenten*, "Diagnostiska prov ger undervisning på rätt nivå", 2005-08-18;

<sup>63</sup> Högskoleverket (1999), *Räcker kunskaperna i matematik?*, Bedömningsgruppen för studenternas förkunskaper i matematik, s. 31f.; Johansson, Bengt (1998), *Förkunskapsproblem i matematik?*, I *Nämaren nr 4 1998*, s. 20; *Östgöta correspondenten*, "Diagnostiska prov ger undervisning på rätt nivå", 2005-08-18;

<sup>64</sup> För området *andragradsekvationer* saknas data från 1982, 2006, 2009 och 2011.



Figur 2. Studenternas resultat på andragradsekvationer och logaritmlagar 1980 - 2012.

I Figur 2 ovan kan vi identifiera tre större förändringar i andelen rätt svar som sammanfaller mellan de båda områdena. Mellan 1980 och 1993 håller sig resultaten tämligen konstanta. Andelen rätt svar för *andragradsekvationer* rörde sig mellan dessa år kring 74 %, med 71 % som lägst och 77 % som högst. Motsvarande andel rätt svar för *logaritmlagar* låg under samma tid kring 48 % med 44 % som lägst och 52 % som högst. Inom båda områdena kan vi se en förhållandevis kraftig resultatförsämring mellan åren 1993 och 1994 där andelen rätt svar på *andragradsekvationer* dök med 10 procentenheter från 76 % till 66 % och för *logaritmlagar* med nio procentenheter från 44 % till 35 %. Även mellan åren 1995 och 1996 skedde ett fall med fyra procentenheter för *andragradsekvationer* och sex procentenheter för *logaritmlagar*. Därefter följde en period på två år fram till 1998 där resultaten höll sig stabila och till och med gick upp någon enstaka procentenhet för *andragradsekvationer*. Mellan 1998 och 2002 dök återigen resultaten; andelen rätt på *andragradsekvationer* föll med 20 procentenheter från 68 % 1999 till 48 % 2002 och för *logaritmlagar* med nio procentenheter från 29 % år 1999 till 20 % år 2002. Det är anmärkningsvärt att fallen skedde i princip samtidigt mellan de två områdena och det indikerar att det faktiskt finns en försämring i studenternas kunskaper mellan dessa år.

Denna bild förstärks även vid en jämförelse med resultaten för övriga områden där materialet är begränsat. I Figur 3 nedan ser vi att medelresultaten på samtliga områden faller från 1994 – 1995 till 1996 – 1997, där resultatfallen för *räta linjer*, *bråkräkning* och *derivatakvot* kan betraktas som kraftiga.<sup>65</sup> Detta fall stämmer väl överens med de detaljerade data för *andragradsekvationer* och *logaritmlagar* som beskriv ovan. Medelresultatet gick sedan upp under perioden 1998 – 1999 på tre utav områdena (data från perioden saknas för *bråkräkning*), för att sedan fortsätta falla under perioden 2000 – 2001. Även detta korrelerar med data för resultaten på *andragradsekvationer* och *logaritmlagar*. Vad gäller perioden före 1994 – 1995 finns endast data för området *bråkräkning* där resultatet mellan 1973 och 1993 varierat med tio procentenheter (35 % som högst och 45 % som lägst). Det är en relativt liten variation över en tjugoförårsperiod jämfört med resultatfallet från 1994 – 1995 till 2000 – 2001 på 17 procentenheter, vilket även det tyder på att resultaten förhöll sig tämligen konstanta

<sup>65</sup> Data för *bråkräkning* saknas för åren 1998 – 1999 och för *räta linjer* för åren 2000 – 2001.

innan 1993. Även om det saknas data för övriga områden för att kunna belägga fallet för *andragradsekvationer* och *logaritmlagar* från 1993 till 1994, gör övriga observationer att vi kan betrakta de två områdena som representativa för studenternas resultatfall över hela perioden.



Figur 3. Medelresultat över tvåårsperioder för fyra olika områden.

### Tillvägagångssätt

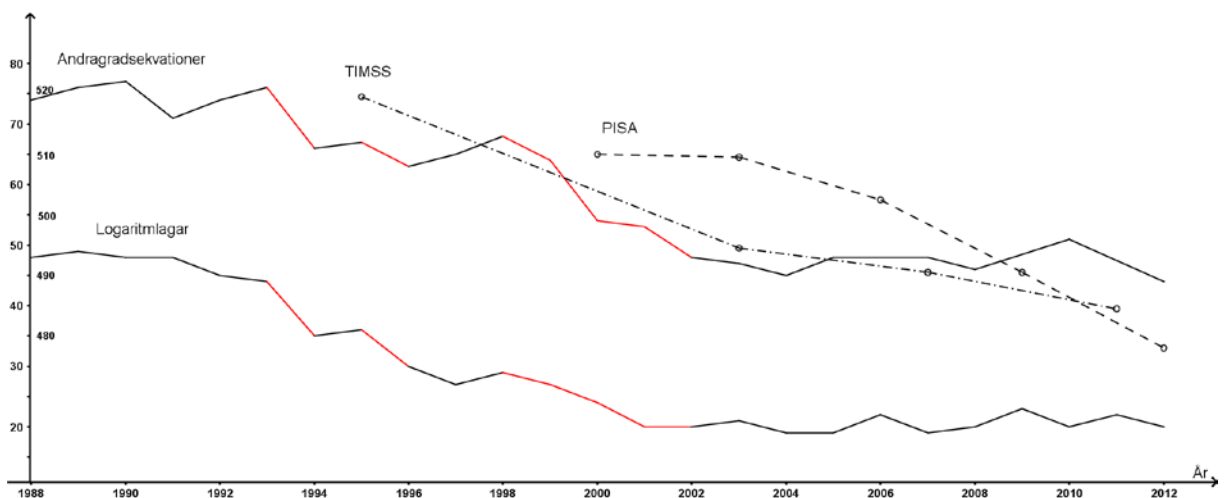
Analysen av läroplaner, föreskrifter och allmänna råd från Skolverket över perioden 1980 fram till 2011 har skett med kvalitativ innehållsanalys. Först har allt material som finns tillgängligt Göteborgs Universitets hemsida identifierats och det som varit relevant för skolmatematiken har plockats ut (se *Bilaga 1*). Då det för vissa år har rört sig om uppemot 40 publikationer har dessa gått igenom en första sällning genom kontroll av innehållsförteckning och sökningar i varje dokument på ordet ”matematik”. De dokument, eller delar av dokument, som på något sätt behandlat matematikundervisningen på grund- eller gymnasieskolan har plockats ut. Därefter har materialet analyserats subjektivt utifrån dess olika delar, helhet och kontext.<sup>66</sup> Enligt tidigare forskning gäller skiftet i forskningen om matematikdidaktiken att fokus flyttats från räknefärdigheter, som förordas av ”traditionalisterna”, till verbala förmågor såsom uttryckt resonemang, tolkning, kommunikation och reflektion, som förespråkas av ”reformivrarna”. Formuleringar som indikerar att vikt fästs antingen vid det ena eller vid det andra är av intresse.

I resultatavsnittet presenteras analysen av materialet från Skolverket kronologiskt från 1980 till 2010 i relation till resultatfallet för svenska elever under samma period. Om det inte går att påvisa någon avgörande förändring över tid vad gäller implementeringen av ett matematikdidaktiskt skifte indikerar det att resultatfallet i internationella och svenska jämförelser inte kan kopplas direkt till en förändring av didaktisk doktrin inom matematiken. Detta skulle kunna innebära att svaret på frågan om vad de svenska skolelevernars försämrade resultat i matematik beror på, inte står att finna i didaktiken utan i andra bakomliggande faktorer. Om det tvärtom förekommer en signifikant skillnad över tid från 1980 fram till 2011 vad gäller relationen mellan verbal förmåga och räknefärdighet med de försämrade resultaten

<sup>66</sup> Nygård, Mikael (2015). Föreläsning: Innehållsanalys och diskursanalys, s. 5.

i jämförelserna, betyder det att det finns en korrelation och att ytterligare studier i ämnet påbjuds.

I *Figur 4* nedan har de olika jämförelsetesterna som redovisats tidigare i ett och samma diagram. Det är i förhållande till detta diagram som analysen av materialet från Skolverket sker. För överskådlighetens skull har resultaten för *andragradsekvationer* och *logaritmlagar* före 1998 skurits bort; i *Figur 2* kunde vi tidigare se att andelen korrekta svar från 1980 till 1988 förhöll sig tämligen konstanta. Vänster skala på y-axeln i figuren gäller för *andragradsekvationer* och *logaritmlagar* medan höger skala gäller för TIMSS och PISA (data hämtade från *Tabell 1* och *Tabell 2*). De röda markeringarna betecknar de tre perioderna för resultatfallen från 1993 till 1994, från 1995 till 1996 och från 1998 till 2002 som identifierats tidigare.



*Figur 4. Sammanställning av jämförelser. Vänster skala på y-axeln gäller för 'andragradsekvationer' och 'logaritmlagar' och höger skala för PISA och TIMSS.*

Sammantaget ger de olika jämförelserna en ganska tydlig bild av resultatfallet över perioden. Fram till 1993 förhöll sig resultaten relativt konstanta, något som sammanfaller med slutsatser från tidigare studie.<sup>67</sup> Därefter sker ett kraftigt fall från 1993 till 1994 och sedan återigen från 1995 till 1996. Tyvärr saknas svenska resultat för TIMSS från 1999 men vi kan konstatera att det definitivt skett ett brant fall mellan 1995 och 2003 som därefter bromsats in något. Fallet i TIMSS sammanfaller med fallet för *andragradsekvationer* och *logaritmlagark* för perioderna 1995 till 1996 och 1998 till 2002. Vi kan alternativt betrakta de tre identifierade perioderna för resultatfall på Chalmers, tillsammans med TIMSS-resultatet, som ett och samma branta fall över perioden 1993 till 2002. Från 2002 fram till 2012 håller sig resultaten för *andragradsekvationer* och *logaritmlagar* förhållandevis konstanta medan TIMSS-resultaten fortsätter att falla, om än flackare än tidigare. Det relativa resultatfallet från PISA-testerna från 2003 till 2012 säger oss egentligen bara att andra jämförbara länder under perioden har förbättrat sina resultat samtidigt som de svenska resultaten legat på en konstant nivå (*andragradsekvationer* och *logaritmlagar*), alternativt fallit något (TIMSS). Att resultaten för PISA och TIMSS båda fallit under perioden pekar på att det svenska PISA-fallet kan bero på faktiskt försämrade resultat för svenska elever. Något som motsäger detta är att resultatet i

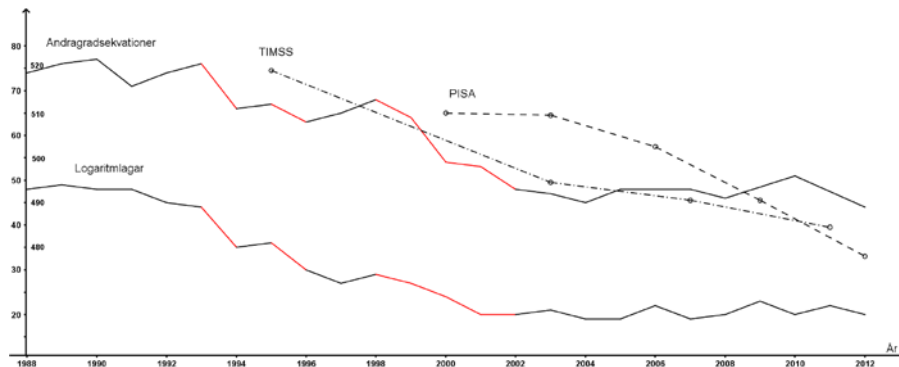
<sup>67</sup> Högskoleverket (1999), Räcker kunskaperna i matematik?, Bedömningsgruppen för studenternas förkunskaper i matematik, s. 31f.

PISA fallit betydligt brantare än TIMSS, samtidigt som resultaten för *andragradsekvationer* och *logaritmlagar* hållit sig konstanta. Detta tyder på att de sjunkande PISA-resultaten framförallt beror på förbättrade resultat i andra länder snarare än försämrade resultat i Sverige.

## Resultat

Resultaten presenteras kronologiskt med små delsammanfattningar för tidsperioder, följt av detaljerade genomgångar av de enskilda styrdokumentet för varje år.

### Sammanfattat resultat 1980 till 1989



Som vi har sett tidigare höll sig resultaten på diagnoserna för de nyantagna på civilingenjörsprogrammen på Chalmers relativt konstanta under perioden 1980 till 1993. I de dokument som publicerats av Skolöverstyrelsen under perioden 1980 till 1989 finns ingen tendens till skifte från en betoning av räknefärdigheter till en betoning av verbala förmågor. Räknefärdigheten var (åtminstone) sedan Lgr 80 huvudrollsinnehavare i alla dokument som publicerades under 80-talet. Vad gäller de verbala förmågorna så hålls de faktiskt fram mer i början av 80-talet, då det senare tillkommer nya styrdokument och kommentarer som ytterligare befäster räknefärdigheten som det absolut centra i skolmatematiken. Liksom resultaten förhåller sig tämligen konstanta under perioden gör alltså även förhållandet mellan räknefärdigheter och verbala förmågor i styrdokumentet det. Detta resultat korrelerar med de konstanta elevprestationerna över perioden 1980-1993 men hjälper oss inte förstå det försa kraftiga fallet i elevprestationerna som noterats mellan åren 1993 och 1994.

### Detaljerad genomgång av styrdokument för perioden 1980 – 1989

Under perioden publicerades tre relevanta dokument 1980, ett vardera för åren 1981, 1982 och 1986 samt fyra för 1988. Resterande år publicerats inga relevanta dokument.

#### 1980

I 1980 års läroplan för grundskolan spelar ”räknefärdigheten”, som identifieras med den traditionalistiska skolan, en huvudroll som matematikämnets kärna; ofta används räknefärdighet och matematik som synonyma ord i Lgr 80. Samtidigt finns i Lgr 80 små men inte alls obetydliga spår av att även verbala förmågor lyfts fram.

Redan i inledningsdokumentet inför 1980 års läroplan för grundskolan (Lgr 80) nämns ”att räkna” som en grundläggande färdighet som ”skall ges eleverna”.<sup>68</sup>

<sup>68</sup> Skolöverstyrelsen (1980). 1980 års läroplan för grundskolan :inledning : mål och riktlinjer, s. 32.

I Lgr 80 återkommer vikten av att eleverna tillskansar sig goda räknefärdigheter ständigt. För att förbereda eleverna för rollen som vuxna medborgare är det viktigt att eleverna ”skall [...] i första hand skaffa sig god förmåga att lösa sådana matematiska problem som vanligen förekommer i vardagslivet”.<sup>69</sup> Enligt Lgr 80 innebär detta i sin tur att ”eleverna genom undervisningen skall förvärva säkerhet i numerisk räkning med och utan hjälpmedel, färdigheter i huvudräkning och överslagsräkning, kunskaper i främst procenträkning, praktisk geometri, enheter och enhetsbyten samt beskrivande statistik”.<sup>70</sup>

Vad gäller området aritmetik måste eleverna, enligt läroplanen, ”ha väl inövade färdigheter i olika räknesätt”. Repetitioner och individuella diagnoser lyfts fram. Det sägs också att ”färdighetsträningen måste fortsätta individuellt, tills var och en behärskar det aktuella stoffet.”<sup>71</sup> För procenträkning slås det fast att ”[e]leverna bör lösa problem i anslutning till [praktiska situationer,] de bör därvid tillägna sig goda färdigheter i att göra beräkningar utgående från procentbegreppet”. Samtidigt ska eleven använda resultatet från beräkningar till att ta ställning i vardagssituationer, något som av Skolöverstyrelsen beskrivs som en ”analyserande del av problemlösningen [som] skall ges minst lika stort utrymme som beräkningarna” men som egentligen bara betyder att eleven använder matematiska resultat i en samhällelig kontext och inte reflekterar eller resonerar kring själva matematiken.<sup>72</sup> När det kommer till den mer detaljerade beskrivningen av hur procent ska behandlas i matematikundervisningen för mellan- respektive högstadiet är det beräkningar i form av överslagsräkning, huvudräkning och beräkning med miniräknare som hålls fram.<sup>73</sup>

Under avsnittet ”Geometri” står det att ”undervisningen skall [...] ge eleverna en förmåga att tolka och tillämpa geometriska formler och modeller”. Samtidigt beskrivs undervisningen på högstadiet bestå av mätningar och beräkningar av egenskaper hos olika geometriska figurer tillsammans med inövning av enkla geometriska satser.<sup>74</sup> I den mer allmänna beskrivningen av området ingår alltså den verbala förmågan ”tolkning” medan det i de mer detaljerade beskrivningarna av vilket innehåll som ska behandlas på högstadiet åter läggs tonvikt på beräkningar. Lgr 80 återkommer ständigt till vikten av beräkningar, repetitioner av räkneregler för tecken, bråk och potenser samt inövning av algoritmer, vilka ofta beskrivs på ett detaljerat sätt.<sup>75</sup>

Även om räknefärdighet genomsyrar det matematiska innehållet i Lgr 80, förekommer även en del passager där även vikten av ”verbala” förmågor understryks. För problemlösning står det att för att kunna lösa vardagsnära problem krävs följande:

- *man kan förstå problemet och har en lösningsmetod*
- *man kan klara de numeriska beräkningar som krävs*

---

<sup>69</sup> Skolöverstyrelsen (1980). Läroplan för grundskolan. Allmän del : mål och riktlinjer, kursplaner, timplaner, s. 98.

<sup>70</sup> Ibid, s. 98.

<sup>71</sup> Skolöverstyrelsen (1980). Läroplan för grundskolan. Allmän del : mål och riktlinjer, kursplaner, timplaner, s. 101.

<sup>72</sup> Ibid, s. 102f.

<sup>73</sup> Ibid, s. 102f.

<sup>74</sup> Ibid, s. 104f.

<sup>75</sup> Skolöverstyrelsen (1980). Läroplan för grundskolan. Allmän del : mål och riktlinjer, kursplaner, timplaner, s. 100ff.

- *man kan analysera, värdera och dra slutsatser av resultatet.*<sup>76</sup>

Vidare står det att ”alla dessa led i problemlösningen måste uppmärksammas i undervisningen” och att även övningar i att diskutera och ta ställning till problemet i sig och lösningens rimlighet. Matematiken får inte bli ett ”ensidigt övande av i förväg givna beräkningar”, vilket följs av en mening som nog de flesta reformivrare skulle skriva under på: ”att tala matematik är ett viktigt led i undervisningen”.<sup>77</sup>

Samtidigt som verbala förmågor alltså i viss mån hålls fram av Skolöverstyrelsen, saknas till största del beskrivningar av hur det ska genomföras medan det i fallet med beräkningar och algoritmer finns mer eller mindre detaljerade planer för hur dessa ska behandlas i grundskolans olika åldrar och inom alla områden av matematiken. Slutsatsen för Lgr 80 är att räknefärdighet betonas betydligt mycket mer än verbala förmågor, om än inte i så hög grad att inte ”reformivrarnas” begränsade inflytande går att skönja.

1980 kommer även ett supplement till 1970 års läroplan för gymnasiet och som kom att tillämpas från nästkommande år. Supplementet gäller kursplaner för gymnasiets tvååriga sociala och ekonomiska linjer.<sup>78</sup> Enligt de nya kursplanerna är målet med matematikundervisningen att:

*eleven [...] skall uppöva den numeriska räknefärdigheten med och utan tekniska hjälpmedel, skaffa sig kunskap om några begrepp och metoder inom matematiken samt utveckla förmågan att tillämpa matematiken inom olika områden.*<sup>79</sup>

Det talas om tillämpningar av matematiken men det anges inte några verbala förmågor som behöver uppövas. Istället står det att eleverna bör ”uppnå säkerhet i fråga om såväl den mekaniska räknefärdigheten som förmågan att lösa tillämpningsuppgifter”. Det står också att det är viktigt att räknefärdigheten kontinuerligt underhålls genom repetitioner, ”huvudräkning, räkning med papper och penna samt överslagsräkning bör därför ständigt övas”.<sup>80</sup> Tillfälle bör även ges eleverna att ”muntligt beskriva sitt arbete och dess resultat”.<sup>81</sup> Verbala förmågor ska alltså övas men enligt formuleringen skulle det räcka att låta dem göra det en gång. Liknande formulering förekommer även kring bedömningen av elevernas prestationer, där den ”inte [får] grundas enbart på skriftliga prov utan skall också ske med hjälp av muntliga förhör och diskussioner”.<sup>82</sup>

Kursplanen beskriver nio olika huvudmoment för kursen, tillsammans med undermoment, exempel på typ av uppgifter som ska lösas och kommentarer hur uppgifterna ska lösas. Huvudmomenten är *numerisk räkning, beskrivande statistik, geometri, mer numerisk räkning, datalära, funktionslära, area och volymeräkningar, sannolikhetslära och fritt valda områden*.<sup>83</sup> Vad gäller *numerisk räkning* är de många uppgifterna som föreslås, tillsammans

<sup>76</sup> Ibid, s. 99f.

<sup>77</sup> Ibid, s. 99f.

<sup>78</sup> Skolöverstyrelsen (1980). Läroplan för gymnasieskolan.2, Supplement, 69, Matematik för tvåårig ekonomisk och social linje, s. 4.

<sup>79</sup> Ibid, s. 6.

<sup>80</sup> Ibid, s. 6.

<sup>81</sup> Ibid, s. 7.

<sup>82</sup> Ibid, s. 7.

<sup>83</sup> Skolöverstyrelsen (1980). Läroplan för gymnasieskolan.2, Supplement, 69, Matematik för tvåårig ekonomisk och social linje, s. 8f.



med kommentarerna kring hur lösningarna förväntas presenteras, nästan uteslutande baserade på skriftlig räknefärdighet. Till exempel föreslås uppgiften ”skriv som meter: 296 cm” med kommentaren ”[m]ätetalen skrivs utan hjälp av tiopotenser”. Andra typexempel på uppgifter som föreslås är ”beräkna  $\frac{3}{7} \cdot \frac{4}{9}$ ” och ”hur många procent av 7 är 13,8”<sup>84</sup>. Undantaget är uppgiften ”avgör om  $\frac{3}{7} < 1$ ” som ska lösas ”genom resonemang”.<sup>85</sup>

Även för huvudområdet *beskrivande statistik*, som idag ofta associeras med verbala förmågor såsom resonemang och reflexion, ges endast förslag på uppgifter som antingen går ut på att direkta nedteckna uppgifter från diagram eller beräkna något med siffror som avläses från diagrammen. Ett talande exempel på uppgifter som föreslås är ”[utifrån ett stapeldiagram] hur många procent ökade befolkningen mellan åren 1970 och 1974?” och ”i en familj är åldrarna 3, 11, 7, 34, 42 och 13 år, beräkna [...] medelåldern”. Undantaget är undermomentet ”hur man ljuger med statistik” där det står att ”[h]är kan exempelvis skalförvrängning och snett urval tas upp” men utan föreslagen uppgift.<sup>86</sup>

Samtliga föreslagna uppgifter under huvudområdena *geometri* och *mer numerisk räkning* går ut på att skriftligen beräkna olika former av uppgifter med hjälp av algoritmer och huvudräkning utan någon hänvisning till tolkning eller reflektion.<sup>87</sup> Detsamma kan sägas om *funktionslära* och *area- och volymeräkningar*, där uppgifterna återigen går ut på att ange rätt svar med hjälp av beräkningar och avläsning av diagram och figurer, utan att tolka eller resonera kring svaret.<sup>88</sup> Även i *sannolikhetslära* föreslås uppgifter där eleven ska ”beräkna” och ”ange” sannolikheter givet viss data. Inte ett spår förekommer av att elever förväntas tolka, reflektera eller resonera kring uppgifter eller resultat.<sup>89</sup> Även *fritt valda områden* följer exakt samma mönster som övriga.<sup>90</sup>

## 1981

1981 kom supplement 75 ”Matematik för treårig naturvetenskaplig linje och fyraårig teknisk linje”. Detta dokument ersatte vissa delar av Lgy 70 och skulle implementeras från läsåret 1982/1983.<sup>91</sup> Målet med matematikundervisningen sågs vara att eleven ska:

*bli väl förtrogen med några väsentliga matematiska begrepp och metoder, förvärva färdighet i att tillämpa matematiska begrepp och metoder samt uppöva färdigheten i numerisk räkning.*<sup>92</sup>

18 olika huvudmoment för utbildningen beskrivs detaljerat. Tre typiska exempel på områden som ger en fingervisning på var fokus ligger är ”Numerisk räkning med tal i bråk- och decimalform”, ”Lösning av ekvationer, ekvationssystem och olikheter med grafisk-numeriska

<sup>84</sup> Ibid, s. 8f.

<sup>85</sup> Skolöverstyrelsen (1980). Läroplan för gymnasieskolan.2, Supplement, 69, Matematik för tvåårig ekonomisk och social linje, s. 8f.

<sup>86</sup> Skolöverstyrelsen (1980). Läroplan för gymnasieskolan.2, Supplement, 69, Matematik för tvåårig ekonomisk och social linje, s. 10f.

<sup>87</sup> Ibid, s. 12ff.

<sup>88</sup> Ibid, s. 16-20.

<sup>89</sup> Ibid, s. 22.

<sup>90</sup> Ibid, s. 24ff.

<sup>91</sup> Skolöverstyrelsen (1981). Matematik för treårig naturvetenskaplig linje och fyraårig teknisk linje, Supplement 75, s. 2.

<sup>92</sup> Ibid, s. 3.

metoder” och ”Algebraisk lösning av ekvationer av första och andra graden och linjära ekvationssystem”.<sup>93</sup>

Verbala förmågor nämns bara i förbifarten och inte som särskilda områden. Ytterst få hänvisningar till resonemang, reflexion eller kommunikation förekommer. Under rubriken ”Arbetsätt” slås det fast att undervisningen ”[ofta] bör bedrivas [...] i diskussionsform” för att elevernas insikt om varför matematiska definitioner och satser utformas som de gör”.<sup>94</sup> Det råder emellertid inte någon tvekan kring vad som är det huvudsakliga syftet med kurserna i matematik. Följande citat illustrerar räknefärdighetens centrala roll i dokumentet:

*Inom varje moment bör eleverna uppnå säkerhet i fråga om såväl den mekaniska räknefärdigheten som förmågan att lösa tillämpningsuppgifter. Det är viktigt att dessa färdigheter underhålls genom repetition.*<sup>95</sup>

Räknefärdighetens otvetydiga särställning som skolmatematikens huvudsyfte bekrästs i de detaljerade beskrivningarna av de olika områdena som ska behandlas i kurserna, där den ständigt återkommer i såväl innehåll som uppgiftsexempel i område efter område.<sup>96</sup>

Under rubriken ”Studiernas syfte” står det, som enda kommentar kring något som närmar sig en konceptuell förståelse av matematiken snarare än bara ren räknefärdighet, att historiska utblickar och nämnande av stora matematikers insatser underlättar elevernas förståelse för ämnet. Samtidigt föreslås eleverna tillgodogöra sig denna förståelse genom områdena ”negativa tal, differential-och integralräkning samt sannolikhetslära”, något som alltså ändå landar i räknefärdigheter.<sup>97</sup>

Vad gäller utformning av skriftliga prov sägs det att dessa ”bör innehålla uppgifter både av huvudsakligen räknemässig karaktär och av teoretisk natur”, där det senare slaget av uppgift exemplifieras med bevisning av satser. Det står ingenting om reflektion eller att någon form av resonemang ska komplettera bevisen.<sup>98</sup>

1982

I Skolöverstyrelsens kommentarmaterial till Lgr 80, ”Att räkna – en grundläggande färdighet” från 1982, ges kommentarer, men inte föreskrifter, riktade till matematiklärare kring hur arbetsätt och innehåll i matematikundervisningen kan se ut.<sup>99</sup> I kommentarerna påpekas bland annat att ”färdighetsträningen i att räkna inte ensidigt [ska] koncentreras till ämnet matematik”.<sup>100</sup> Även om syftet med kommentaren är att framhålla att räkning även bör ingå i andra ämnen, betonas indirekt räknefärdighetens centrala roll inom matematiken.

Att kunna ”räkna” hålls fram som en grundläggande färdighet av särart, tillsammans med att kunna tala, läsa och skriva, vilket också understryks i själva titeln på

---

<sup>93</sup> Ibid, s. 6.

<sup>94</sup> Ibid, s. 6.

<sup>95</sup> Skolöverstyrelsen (1981). Matematik för treårig naturvetenskaplig linje och fyraårig teknisk linje, Supplement 75, s. 6f.

<sup>96</sup> Ibid, s. 10 – 18.

<sup>97</sup> Skolöverstyrelsen (1981). Matematik för treårig naturvetenskaplig linje och fyraårig teknisk linje, Supplement 75, s. 6.

<sup>98</sup> Ibid, s. 7.

<sup>99</sup> Skolöverstyrelsen (1982). Läroplan för grundskolan. Kommentarmaterial. Att räkna : en grundläggande färdighet. Stockholm: Liber förlag. s. 3, 5.

<sup>100</sup> Ibid, s. 5.

kommentarmaterialet.<sup>101</sup> Det nämns i ett stycke att det är "[e]tt stort problem i dagens undervisning [...] att många elever slentrianmässigt tar sig igenom ett stort antal uppgifter i läroboken utan annat mål än att komma framåt i boken och få samma svar som i facit".<sup>102</sup> Detta problem kan, enligt Skolöverstyrelsen, avhjälpas genom att problemlösningen antar mer vardagsnära karaktär så att färdighetsträningen blir meningsfull. Det är dock fortfarande fråga om räkning och inte om reflektion eller resonemang.<sup>103</sup>

I den allmänna strategin som föreslås för att lösa problem ingår tre steg som alla måste behärskas:

- att förstå problemet och ha en lösningsmetod
- att klara de numeriska beräkningar som krävs
- att analysera, värdera och dra slutsatser av resultatet.<sup>104</sup>

Här kan ett spår av värdesättning av verbala förmågor lysa igenom. Det sista steget, att "analysera" och "värdera", skulle kunna innebära uttryckta resonemang eller reflektioner av eleven. Senare mer detaljerade kommentarer från Skolöverstyrelsen förtydligar emellertid att det endast är rimligheten i svaret som ska värderas och rätt svar väljas (se 1988: diagnostiska uppgifter i matematik längre ned).

1983

Exakt samma mönster går igen för 1983 års Supplement "Matematik för treårig humanistisk, ekonomisk och samhällsvetenskaplig linje" för gymnasiet. Supplementet ersatte tidigare text i Lgy 70 och skulle tillämpas från och med läsåret 1984/85.<sup>105</sup>

Målet för matematikundervisningen för de tre linjerna beskrivs enligt följande:

*Eleven skall genom undervisningen i matematik uppöva den numeriska räknefärdigheten med och utan tekniska hjälpmedel bli förtrogen med några väsentliga matematiska begrepp och metoder samt utveckla förmågan att tillämpa matematiska begrepp och metoder inom olika områden.*<sup>106</sup>

Även här ser vi att räknefärdigheter och metoder står i centrum. Denna bild förstärks ytterligare av de allmänna kommentarerna och de detaljerade beskrivningarna av de olika huvudområdena som beskrivs i dokumentet, vilka överensstämmer helt med 1981 års supplement för matematikundervisningen för de naturinriktade linjerna.<sup>107</sup>

1984

Inga relevanta dokument.

1985

Inga relevanta dokument.

---

<sup>101</sup> Ibid, s. 11.

<sup>102</sup> Ibid, s. 11.

<sup>103</sup> Ibid, s. 11.

<sup>104</sup> Skolöverstyrelsen (1982). Läroplan för grundskolan. Kommentarmaterial. Att räkna : en grundläggande färdighet. Stockholm: Liber förlag. s. 24.

<sup>105</sup> Skolöverstyrelsen (1983). Läroplan för gymnasieskolan. 2, Supplement, 93, Matematik för treårig humanistisk, ekonomisk och samhällsvetenskaplig linje, s. 4.

<sup>106</sup> Ibid, s. 6.

<sup>107</sup> Ibid, s. 7-21.

1986

1986 kom ett antal fastställanden av ämnesplaner för specialinriktningar på gymnasiet, där matematik ingår i ett par av dem. I påbyggnadsutbildningen ”Kurs i Mättnings- och kartteknik” står det kort om målet med matematikundervisningen som är att ”[u]ppöva färdigheten i numerisk räkning [...] samt utveckla förmågan att tillämpa matematiken inom olika verksamhetsområden”.<sup>108</sup> Ingen annan färdighet nämns i dokumentet. För ”Storhushållsteknisk påbyggnadsutbildning” gäller samma mål och huvudmoment som för den treårig humanistisk linje som beskrivits ovan.<sup>109</sup>

1987

Inga relevanta dokument.

1988

1988 publicerades tim- och kursplaner som skulle träda i kraft från föregående år [*sic!*]. För ”treårig teknisk påbyggnadsutbildning” beskrivs målet med undervisningen i matematik på följande sätt:

*Genom undervisningen i matematik skall de studerande förvärva grundläggande kunskaper i numerisk räkning, algebra och ekvationslära[,] få träning i att härleda matematiska formler av olika slag genom logiska resonemang med utgångspunkt i givna definitioner [och] förvärva kunskaper i problemanalys och övas i teoretiskt, praktiskt och logiskt tänkande.*<sup>110</sup>

Å ena sidan beskrivs klassisk räknefärdighet som ett mål men å andra sidan nämns även ”logiska resonemang” och ”logiskt tänkande”. Då det saknas exempel på uppgifter är det svårt att tolka vad exakt som menas. Logiskt resonemang, utan närmare beskrivning, kan här lika väl betyda att logisk notering används eller att en procedur används i korrekt ordning, som att eleverna reflekterar kring svaren och på något sätt kommunicerar sina resonemang.

Även för specialkursen ”Laboratorteknik för industrilaboranter” släpptes en ny kursplan där målet för matematikundervisningen och huvudmomenten helt överensstämmer med den för gymnasieskolans 2-åriga sociala och ekonomiska linjer (se supplement 69 från 1980 ovan).<sup>111</sup>

I ett kommentarmaterial om konsumentfrågor ”Vardagskunskaper och vardagsfärdigheter” beskrivs hur vardagsnära texter kan utgöra grund för övningar i matematik och ett par andra ämnen. De matematiska uppgifter som lärarna föreslår rikta till eleverna med utgångspunkt i texterna är genomgående baserade på endast räknefärdighet.<sup>112</sup> Ett exempel på en sådan uppgift är följande: ”[r]esekostnaderna inklusive restid är 157,50 kronor. Hur många procent av räkningens totalbelopp är det?”<sup>113</sup>

I ”SÖ:s diagnostiska uppgifter i matematik” från 1988 specificeras problemlösningen som beskrivs som central i Lgr 80. Den problemlösningstrategi som eleverna ska anta går ut på att först ”identifiera problemet samt förstå att det är lösbart med matematiska metoder”. Därefter

<sup>108</sup> Skolöverstyrelsen (1986). Läroplaner.1986:33-39, s. 6.

<sup>109</sup> Skolöverstyrelsen (1986). Läroplaner.1986:33-39, s. 81.

<sup>110</sup> Skolöverstyrelsen (1988). Läroplaner. 1988: 41 – 46, s. 10.

<sup>111</sup> Skolöverstyrelsen (1988). Läroplaner.1988: 106 - 108, s. 8.

<sup>112</sup> Skolöverstyrelsen (1988). Läroplaner. 1988: 17. Vardagskunskaper och vardagsfärdigheter – Ett kommentarmaterial om konsumentfrågor, s. 31, 38.

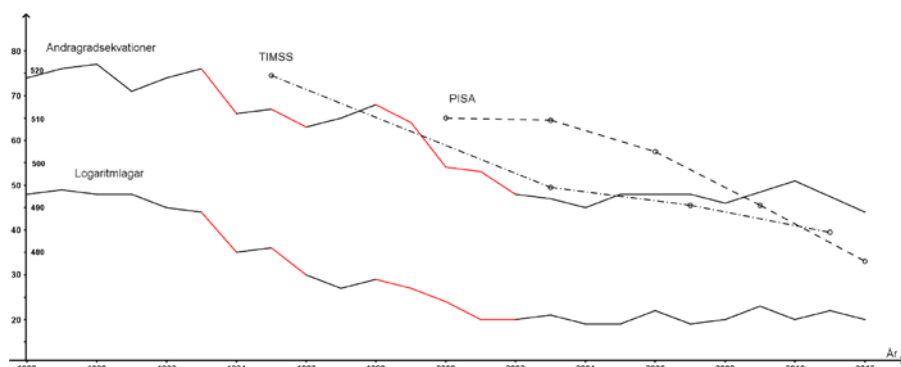
<sup>113</sup> Skolöverstyrelsen (1988). Läroplaner. 1988: 17, s. 31.

ska eleven bestämma en handlingsplan om vad som ska räknas och hur. Därefter måste en eller flera räkneoperationer genomföras ”korrekt och med stor säkerhet”. Slutligen ska resultatet jämföras med det ursprungliga problemet för att se om svaret är rimligt.<sup>114</sup> Det framgår inte om resonemanget hos eleverna vid de olika stegen ska redovisas och, i så fall, på vilket sätt.

1989

Inga relevanta dokument.

### Sammanfattat resultat 1990 – 1993



För att en korrelation mellan de sjunkande resultaten under mitten av 90-talet och en förändrad matematikdidaktik ska existera, är det som senast under denna period som ett skifte i styrdokument skulle ha skett. Så är inte fallet; om någon förändring sker så är det snarare åt en än tydligare prioritering av rena räknefärdigheter än tidigare. Det enda relevanta dokument som publiceras under perioden är ett kommentarmaterial där räknefärdighetens starka roll i läroplanen lyfts ut och understryks. Varken resultatfallet mellan 1993 och 1994, eller senare resultatfall kan förklaras med en förändrad didaktisk inriktning i styrdokumentet.

### Detaljerad genomgång av styrdokument för perioden 1990 – 1993

Under perioden publicerades ett relevant dokument 1990.

1990

1990 publiceras kommentarmaterialet till Lgr 80 ”Om grundläggande kunskaper och färdigheter i en skola för alla”. Dokumentet ”avser att vara till hjälp vid diskussioner och överväganden om vilka kunskaper och färdigheter som är så viktiga att alla elever behöver tillägna sig dem”.<sup>115</sup>

Förmåga att ”räkna” nämns genomgående i texten som en central basfärdighet.<sup>116</sup> Något som kallas ”kommunikationsfärdighet” ska, enligt Skolöverstyrelsen, vara en central del av skolarbetet och inte bara inbegripa att kunna läsa och skriva, utan även att kunna räkna.<sup>117</sup> En intressant koppling mellan kommunikation och räknefärdighet noteras men det sker ingen vidareutveckling av resonemanget och det förblir otydligt vad exakt som menas med

<sup>114</sup> Skolöverstyrelsen (1988). SÖ:s diagnostiska uppgifter i matematik. Lärarhandledning ; Översiktsdiagnoser med facit [åk] 3-4, [åk] 6-7, [åk] 8-9 ; Facit till elevhäfte åk 9. Stockholm: Liber utbildningsförlag, s. 9.

<sup>115</sup> Skolöverstyrelsen (1990). Läroplaner. 1990: 29. Om grundläggande kunskaper och färdigheter i en skola för alla, s. 8.

<sup>116</sup> Skolöverstyrelsen, 1990: 29, s. 11, 14, 16, 28, 50, 56, 58.

<sup>117</sup> Skolöverstyrelsen, 1990: 29, s. 15.

räklandet som kommunikation. Att kunna räkna innehar ”en självklar plats bland basfärdigheterna, tillsammans med att kunna tala, skriva och läsa. Huruvida det finns andra basfärdigheter eller inte är enligt Skolöverstyrelsen osäkert.”<sup>118</sup>

Under kapitlet ”Grundläggande räknefärdigheter” beskrivs den nya läroplanens (Lgr 80) betoning av problemlösning. Enligt Skolöverstyrelsen betyder det att ”en elev inte kan anses ha tillräckliga baskunskaper enbart genom att behärska ett antal räknetekniker” utan att ”[d]essa tekniker måste kunna tillämpas i meningsfulla problemsammanhang”. Det finns inget i formuleringen som pekar på att problemlösningar bör innefatta uttryckt resonemang eller reflektion, utan verkar bara betyda att räklandet bör inkorporeras i vardagsproblem. Vidare står det att betoningen av problemlösning ”givetvis inte [betyder] att den tekniska räkneförmågan får komma i skymundan”.<sup>119</sup> Räknefärdighetens fortsatt centrala roll inom matematiken tydliggörs ännu mer i följande citat:

*En rimlig utgångspunkt för beskrivning av matematiska baskunskaper är sålunda att se praktiskt orienterad problemlösning som övergripande mål och behärskning av olika räknetekniker som nödvändiga förutsättningar.*<sup>120</sup>

En passage i Lgr 80 lyfts särskilt ut och understryks, där det står att elever framförallt ska ha förmåga att lösa vardagsnära problem och att detta i sin tur innebär att undervisningen ska inriktas på säkerhet i numerisk räkning, huvudräkning, överslagsräkning, procenträkning och beskrivande statistik.<sup>121</sup> Detta kommenteras i kommentarmaterialet på följande sätt:

*Kursplanen tar också upp andra kunskaper och färdigheter som eleverna har användning för, men det är knappast någon tvekan om att prioritering ges åt de ovannämnda räknefärdigheterna.*<sup>122</sup>

1991

Inga relevanta dokument.

1992

Inga relevanta dokument.

1993

Inga relevanta dokument.

---

<sup>118</sup> Skolöverstyrelsen, 1990: 29, s. 28ff.

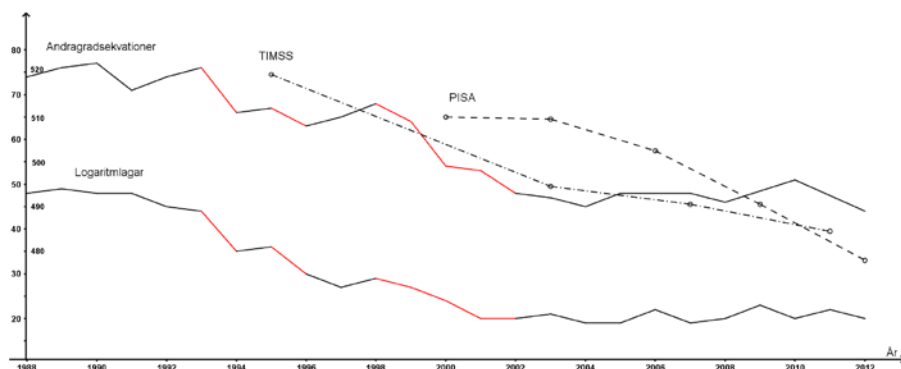
<sup>119</sup> Skolöverstyrelsen, 1990: 29, s. 49.

<sup>120</sup> Skolöverstyrelsen, 1990: 29, s. 49.

<sup>121</sup> Skolöverstyrelsen, 1990: 29, s. 49.

<sup>122</sup> Skolöverstyrelsen, 1990: 29, s. 50.

## Sammanfattat resultat 1994 – 1998



1994 kom nya läroplaner både för grundskolan Lpo 94<sup>123</sup> och för gymnasieskolan Lpf 94.<sup>124</sup> De nya kursplanerna för grundskolan skulle komma att tillämpas för årskurserna 1 -7 från skolåret 1995/96, för årskurs 7 från 1996/97 och för årskurs 9 från 1997/98.<sup>125</sup> Båda läroplanerna vittnar om att en förändring i den didaktiska inriktningen skett, då de verbala förmågorna uppvärderats markant vid sidan om de rena räknefärdigheterna. Att kunna kommunicera matematik till andra såväl skriftligt som muntligt anses vara viktigt och är något som genomsyrar båda läroplaner. De betygskriterier som 1996 tillkommer till Lpo 94 håller i än högre grad fram de verbala förmågorna som direkt avgörande för elevens matematiska utveckling, då dess inbegrips i samtliga bedömningskriterier.

Resultatfallet 1993-94 föregick Lpo 94 och Lpf 94 och kan inte förklaras av styrdokumentens uppvärdering av de verbala förmågorna. Inte heller fallet mellan 1995 och 1996 förklaras eftersom de första gymnasieeleverna som tar studenten enligt den nya läroplanen gör det 2001. Vad gäller fallet i diagnoserna på Chalmers som skedde mellan 1998 och 2002 korrelerar inte heller det med skiftet i styrdokumentet från och med 1994. Den första ”kullen” elever som gått i skolan med den nya läroplanen och som hade möjlighet att ansöka om gymnasiet gör diagnosen vid Chalmers under perioden då resultaten åter stabiliseras. Eftersom det saknas resultat från TIMSS-testet från 1999 är det svårt att veta exakt mellan vilket tidsspänn som fallet sker. I årskur 1 -7 implementerades Lpo 94 från skolåret 1995/96 och kan alltså först ha påverkat resultatet därefter. TIMSS-testet för 1995, då samtliga elever som gjorde testet har fått sin matematikundervisning enligt den ”traditionalistiska” traditionen, ligger på en betydligt högre nivå än vad det gör år 2003, när samtliga elever som deltar vid testet har fått matematikundervisning enligt Lpo 94 i en mer ”reformistisk” anda. Detta påvisar en korrelation mellan resultatfall och förändrad didaktisk doktrin. Vi har alltså ingen entydig bild då data från Chalmers och TIMSS leder till olika slutsatser.

### Detaljerad genomgång av styrdokument för perioden 1994 – 1998

Under perioden publicerades tre relevanta dokument 1994 och ett 1996. Övriga år publicerades inga relevanta dokument.

<sup>123</sup> Skolverket (1994). Läroplan för det obligatoriska skolväsendet, förskoleklassen och fritidshemmet Lpo 94.

<sup>124</sup> Skolverket (1994). 1994 års läroplan för de frivilliga skolformerna, Lpf 94 :Särskilda program för gymnasieskolans nationella program ; Kursplaner i kärnämnen för gymnasieskolan och den gymnasiala vuxenutbildningen, s.

<sup>125</sup> Utbildningsdepartementet (1994). Kursplaner för grundskolan, försättsblad.

1994

I den nya läroplanen för grundskolan Lpo 94 märks att reflektion och resonemang betonas mer på bland annat följande citat: ”skolan skall i sin undervisning i matematik sträva efter att eleven [...] får tilltro till det egna tänkandet och den egna förmågan att lära sig matematik”, ”förstår och kan använda grundläggande matematiska begrepp och metoder”, ”inser värdet av och kan använda matematikens språk, symboler och uttrycksformer”. Det är även tydligt formulerat att undervisningen ska sträva efter att eleven också ska kunna kommunicera sina resonemang och reflektioner både muntligt och i skrift:

*Skolan skall i sin undervisning i matematik sträva efter att eleven:*

- *förstår och kan använda logiska resonemang, dra slutsatser och generalisera samt muntligt och skriftligt förklara och argumentera för sitt tänkande*
- *förstår och kan formulera och lösa problem med hjälp av matematik samt tolka och värdera lösningarna i förhållande till den ursprungliga problemsituationen*
- *kan ställa upp och använda enkla matematiska modeller samt kritiskt granska modellernas förutsättningar, begränsningar och användning.*<sup>126</sup>

Att det här skett en förändring i förhållandet mellan verbala förmågor och räknefärdigheter till förmån för det tidigare är uppenbart även om räknefärdigheter fortfarande starkt betonas.<sup>127</sup>

Den nya läroplanen för gymnasieskolan Lpf 94 pekar i samma riktning. Målet med matematikundervisningen är enligt Lpf 94 ”att ge eleverna tilltro till det egna tänkandet samt till den egna förmågan att lära sig matematik och använda matematik i olika situationer”.<sup>128</sup> Det står att undervisningen ska inriktas för att ”utveckla elevernas nyfikenhet, öppenhet, analytiska förmåga, kreativitet och ihärdighet vid matematisk problemlösning”.<sup>129</sup> I likhet med i Lpo 94 understryks de verbala förmågorna där eleverna ska undervisas i att ”lära sig förstå och föra matematiska resonemang, skapa och använda matematiska modeller och kritiskt granska deras förutsättningar, möjligheter och begränsningar samt lär sig redovisa sina tankegångar muntligt och skriftligt”.<sup>130</sup> Just att eleven ska kunna kommunicera sina tankegångar är ett nytt inslag som Lpf 94 återkommer till flera gånger, till exempel när essensen av matematiken beskrivs handla om ”att kunna formulera hypoteser, undersöka dem och dra slutsatser samt att kunna övertyga andra om giltigheten i ett resonemang”.<sup>131</sup>

1995

Inga relevanta dokument.

1996

1996 tillkommer betygskriterier för matematiken i Lpo 94 där vikten av undervisning som syftar på utveckling av elevernas verbala förmågor understryks än mer. Samtliga förmågor

---

<sup>126</sup> Utbildningsdepartementet, 1994, Kursplaner för grundskolan, s. 33.

<sup>127</sup> Utbildningsdepartementet, 1994, Kursplaner för grundskolan, s. 34.

<sup>128</sup> Skolverket, 1994: Lpf 94, s. 40.

<sup>129</sup> Skolverket, 1994, Lpf 94, s. 40

<sup>130</sup> Skolverket, 1994, Lpf 94, s. 40

<sup>131</sup> Skolverket, 1994, Lpf 94, s. 40



som ska bedömas av läraren utgörs till övervägande del av verbala inslag. Bedömning av elevers kunskaper i matematik ska bland annat utgå från elevernas ”förmågan att använda, utveckla och uttrycka kunskaper i matematik”, vilket beskrivs i termer av att ”föreslå”, ”reflektera över” och ”tolka” resultat och ”uttrycka sina tankar muntligt och skriftligt med hjälp av det matematiska symbolspråket”.<sup>132</sup> Den andra förmågan som ska bedömas är ”förmågan att följa, förstå och pröva matematiska resonemang” där elevens förmåga att ”använda information i såväl muntlig som skriftlig form” och ”kritiskt ta ställning till matematiska beskrivningar” står i fokus.<sup>133</sup> Den tredje och sista allmänna förmågan är ”förmågan att reflektera över matematikens betydelse för kultur- och samhällsliv”. För väl godkänt krävs bland annat att ”eleven kan följa, förstå och kommunicera matematiska idéer och resonemang”.<sup>134</sup>

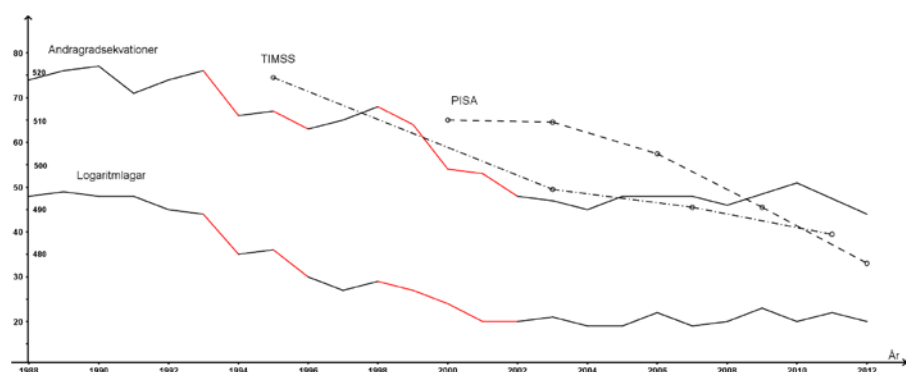
1997

Inga relevanta dokument.

1998

Inga relevanta dokument.

### Sammanfattat resultat 1999 – 2010



Det enda som sker under perioden vad gäller förhållandet mellan räknefärdigheter och verbala förmågor i styrdokumenterna är att de senares roll i läroplanen bekräftas. I nya kursplaner på gymnasiet och i kommentarmaterial till kursplaner och betygskriterier för grundskolan bekräftas de verbala förmågornas framskjutna roll i undervisningen. Att kunna kommunicera, resonera och reflektera kring matematik såväl skriftligt som muntligt återkommer ständigt i dokumenterna. Under perioden sker en stabilisering av resultaten för de nyantagna civilingenjörstudenterna på Chalmers, samtidigt som resultaten på TIMSS sjunker stadigt på två på varandra följande resultatsammanställningar. De svenska resultaten på PISA-mätningarna faller samtidigt kraftigt från 2003 till 2012 medan de förhöll sig nästan konstanta mellan 2000 och 2003, vilket betyder viss korrelation finns mellan sjunkande resultat och framhållande av verbala förmågor i styrdokumenterna för matematiken.

### Detaljerad genomgång av styrdokument för perioden 1999 – 2010

Under perioden publicerades tre relevanta dokument år 2000 och ett 2008. Övriga år publicerades inga relevanta dokument.

<sup>132</sup> Skolverket (1996), Grundskolan :kursplaner, betygskriterier, s. 54f.

<sup>133</sup> Skolverket (1996), Grundskolan :kursplaner, betygskriterier, s. 54f.

<sup>134</sup> Skolverket (1996), Grundskolan :kursplaner, betygskriterier, s. 54f.

1999

Inga relevanta dokument.

2000

I ”Kommentarer till kursplaner och betygskriterier” för grundskolan från 2000 diskuteras bland annat förändringarna i Lpo 94 jämfört med tidigare vad gäller matematikämnet.

Tydliga spår av ”reformistiskt” inflytande syns i formuleringar som att ”lärande i matematik är inte hierarkiskt och linjärt utan [...] kan ses som utveckling av nätverk av kunnande”.<sup>135</sup> Synen på matematisk inläring som ”utveckling av nätverk av kunnande” är mycket likt vad reformivrare som Skemp (1978), van Hiele (1986) och Pirie och Kieren (1994) menade. Det finns även direkta syftningar till denna forskning när den rena räknefärdighetens roll spelar ner:

*Forskning visar att matematikundervisningen av tradition alltför ofta reduceras till begränsade delar av kursplanen med särskild betoning på rutinmässiga räkneövningar.*<sup>136</sup>

Även i flera program mål och kursplaner för olika program som släpps 2000 framgår att tonvikten slagit över från rena räknefärdigheter till verbala förmågor. Sådant som gruppdiskussioner, kommunikation, reflektion och uttryckta resonemang både skriftligt och muntligt. Att muntligen kunna redogöra för sitt matematiska kunnande återkommer ständigt som krav på alla områden inom matematiken,<sup>137</sup> en företeelse som är ny jämfört med tidigare direktiv.

2001 - 2007

Inga relevanta dokument.

2008

I den reviderade upplagan av ”Grundskolan: kursplaner och betygskriterier” från 2008 som innehåller förändringar i kursplanen för matematik, finns tre matematiska ”kvaliteter” hos eleven som ska bedömas. Dessa är ”[f]örmågan att använda, utveckla och uttrycka kunskaper i matematik”, ”[f]örmågan att följa, förstå och pröva matematiska resonemang” samt ”[f]örmågan att reflektera över matematikens betydelse för kultur- och samhällsliv”. Av dessa uttrycker den första och den sista övervägande verbala förmågor.<sup>138</sup>

2009-2010

Inga relevanta dokument.

## Slutsatser och diskussion

Analysen av materialet har visat att räknefärdigheten, trots vissa inslag av verbala kvaliteter, konstant betraktades som en grundsten för skolmatematiken i styrdokumentet fram till 1994.

<sup>135</sup> Skolverket (2000), Kommentarer till kursplaner och betygskriterier, s. 31.

<sup>136</sup> Skolverket (2000), Kommentarer till kursplaner och betygskriterier, s. 32.

<sup>137</sup> Skolverket (2000), Gy2000.2000:14, Naturvetenskapsprogrammet : program mål, kursplaner, betygskriterier och kommentarer : [NV], s. 73ff, 78, 85, 87, 90; Skolverket (2000), Gy2000.2000:16, Samhällsvetenskapsprogrammet : program mål, kursplaner, betygskriterier och kommentarer : [SP], s. 98ff.

<sup>138</sup> Skolverket (2008), Grundskolan : kursplaner och betygskriterier : förordning (SKOLFS 2000:135) om kursplaner för grundskolan : Skolverkets föreskrifter (2000:141) om betygskriterier för grundskolans ämnen, s. 30f.

Därefter skedde ett skifte mot en större prioritering av verbala förmågor; en prioritering som förstärktes ytterligare under åren fram till 2010. Om vi bara ser till de internationella testerna TIMSS och PISA finner vi en korrelation mellan fallande resultat och förändrad didaktisk inriktning på styrdokument. Resultaten på diagnoserna på Chalmers pekar dock på att ett resultatfall skett innan det att skiftet i läroplanerna ska ha implementerats i undervisningen. Att det skedde ett kraftigt resultatfall mellan 1993 och 1994 medan resultaten tidigare legat stadigt från början av 1970-talet fram till 1993 stöds av tidigare studier där resultat från liknande diagnoser från andra lärosäten vägts in.

Det kan förvisso vara så att korrelationen mellan resultatfallen från 1998-2002 och implementeringen av Lpo 94 faktiskt förklaras av det didaktiska skiftet i styrdokumentet. Resultatfallet över perioden stämmer bra överens med schemat för implementeringen av såväl Lpo 94 Lpf 94. En annan möjlighet är att implementeringen av det didaktiska skiftet är en delförklaring bland andra. De tidigare resultatfallen skulle i så fall bero på helt andra faktorer medan det senare resultatfallet kan förklaras av flyttat fokus mot de verbala förmågorna i styrdokumentet.

Det som motsäger detta samband är att resultaten på Chalmers stabiliseras under samma period, vilket även uppmärksammas av tidigare studier på liknande diagnoser vid andra lärosäten. Vi har redan slagit fast att det inte skett något skifte vad gäller förskjutning från räknefärdigheter till verbala förmågor förrän 1994. Eftersom de två första markanta fallen från 1993 till 1996 föregår det didaktiska skiftet, förefaller det istället vara så att något annat ligger bakom de svenska elevernas försämrade resultat i matematik; något som sedan mitten av 90-talet samvarierat med förskjutningen i styrdokumentet från fokus på räknefärdigheter till verbala förmågor.

Vad kan det då vara som samvarierat med implementeringen av det didaktiska skiftet och samtidigt har föregått det? För att svara på det behöver vi undersöka perioden från mitten av 80-talet fram till 1993. Vad hände i Sverige under den perioden? Något av det första som kommer i åtanke är finanskrisen som drabbade Sverige mellan 1990 och 1994. Kan det helt enkelt vara så att den svenska staten under krisen satsade mindre ekonomiska resurser på skolan och att dessa resurser fortsatte att minska efter decentraliseringen av skolan 1994? Om det går att se en korrelation mellan mindre resurser till skolan som andel av BNP och resultatfall, skulle ett kausalt samband då exempelvis vara att minskade resurser även lett till försämrad kvalitet på undervisningen och därmed sämre resultat på tester. Sådana spekulationer är emellertid föremål för en helt annan studie.

# Källförteckning

## Litteratur

- Bråting, Kajsa, Österman, Tove (2015). Utkast: Vad består goda matematikkunskaper av? John Dewey och matematikundervisningen i svenska skolor. Uppsala Universitet: Uppsala.
- Bernstein, Basil. (2000). *Pedagogy, symbolic control and identity: Theory, research, critique*. Lanham: Rowman & Littlefield.
- Goodson, Ivor (1993). *School subjects and curriculum change. Studies in curriculum history*. 3. ed. London: Falmer.
- Helenius, Ola (2006). "Kompetenser och matematik". I *Nämnan nr 3 2006*, s. 11-15.
- Hiebert, James, Gallimore, Ronald, Garnier, Helen, Bogard Givvin, Karen, Hollingsworth, Hilary, Jacobs, Jennifer, Miu-Ying Chui, Angel, Wearne, Diana, Smith, Margaret, Kersting, Nicole, Manaster, Alfred, Tseng, Ellen, Etterbeek, Wallace, Manaster, Carl, Gonzales, Patrick, Stigler, James (2003). *Teaching mathematics in seven countrys: Results from the TIMSS 1999 video study*. Whashington D.C.: U.S. Department of Education.
- Högscoleverket (1999). *Räcker kunskaperna i matematik?, Bedömningsgruppen för studenternas förkunskaper i matematik*.
- Johansson, Bengt (1998). "Förkunskapsproblem i matematik?", I *Nämnan nr 4 1998*, s. 20-22.
- Lithner, Johan (2007). *A research framework for creative and imitative reasoning*. Springer Science + Business Media B.V. 2007.
- Lundgren, Ulf (1983). *Att organisera omvärlden. En introduktion till läroplansteori*. Tredje upplagan. Stockholm: Liber Förlag.
- Lundgren, Ulf (1989). *Att organisera omvärlden*. Utbildningsförlaget, Stockholm.
- Lundin, Sverker (2008). *Skolans matematik: En kritisk analys av den svenska skolmatematikens förhistoria, uppkomst och utveckling*. Diss. Uppsala: Uppsala Universitet.
- Molin, Lena (2006). *Rum, frirum och moral: en studie av skolgeografins innehållsval*. Uppsala: Department of Social and Economic Geography, Geography, Uppsala University.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standars for school mathematics*. Reston, VA: The Council.
- Niss, Mogens, Jensen, Tomas Hojgaard, red. (2002). "Kompetencer og matematiklæring". I *Uddannelsesstyrelsens temahæfteserie*, nr. 18, 1-334, Undervisningsministeriet.
- Niss, Mogens. (2003). "Mathematical competencies and the learning of mathematics: The Danish KOM project". I *Third Mediterranean conference on Mathematics Education*, s. 115-124.
- Pirrie, Susan, Kieren, Thomas (1994). "Growth in mathematical understanding: How can we characterise it and how can we present it?". I *Educational Studies in Mathematics*, 26, 165-190.
- Regeringen, Kommittédirektiv 2006:19, Översyn av grundskolans mål- och uppföljningssystem m.m., file:///C:/Users/Aris/Downloads/Laroplanernas%20utveckling.pdf (hämtat 2016-04-30)
- Rothstein, Bo. (2001). *Politik som organisation*. Stockholm: SNS Förlag.
- Røj-Lindberg, Ann-Sofi (2004). Tradition, attityd, och kultur i matematikundervisningen. *Linjalen*, 13-14, 29-35. Åbo: Åbo Akademi.
- Shulman, Lee (1986). Those who understand: Knowledge groth in teaching. *Educational Reasercher*, 15(1), American Educational Research Association.
- Skemp, Rickard R, (1978). *Relational understanding and instrumental understanding*, Department of Education, University of Warwick, <https://alearningplace.com.au/wp-content/uploads/2016/01/Skemp-paper1.pdf> (hämtat 2016-04-25).
- Skolverket (1994). 1994 års läroplan för de frivilliga skolformerna, Lpf 94 :Särskilda program mål för gymnasieskolans nationella program ; Kursplaner i kärnämnen för gymnasieskolan och den gymnasiala vuxenutbildningen.
- Skolverket (1994). *Läroplan för det obligatoriska skolväsendet, förskoleklassen och fritidshemmet Lpo 94*.
- Skolverket (1996). *Grundskolan: kursplaner, betygs kriterier*.
- Skolverket (2000). Gy2000.2000:14,Naturvetenskapsprogrammet : program mål, kursplaner, betygs kriterier och kommentarer : [NV].
- Skolverket (2000). Gy2000.2000:16,Samhällsvetenskapsprogrammet : program mål, kursplaner, betygs kriterier och kommentarer : [SP].
- Skolverket (2000). *Kommentarer till kursplaner och betygs kriterier*.
- Skolverket (2008). *Grundskolan: kursplaner och betygs kriterier : förordning (SKOLFS 2000:135) om kursplaner för grundskolan : Skolverkets föreskrifter (2000:141) om betygs kriterier för grundskolans ämnen*.
- Skolverket, 2011, Om ämnet Matematik, file:///C:/Users/Aris/Downloads/Alla%20kommentarer%20(1).pdf.

Skolverket (2015). "Förändring i svenska elevers motivation kan endast förklara en liten del av resultatnedgången i PISA", i *Fokus På* NR 2 april 2015.

Skolverket (2015). Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011 (Reviderad 2015).

Skolverket (2016). Invandringens betydelse för skolresultaten.

Skolverket, 2014, Resultat från 40 internationella studier sammanfattade, Resultatutvärderingsenheten.

Skolverket. Föreskrifter, allmänna råd och SKOLFS.

Skolverket. Ny PISA-studie: Viktigt att tänka till om skoldatorer, 2015-09-15.

Skolöverstyrelsen (1980). 1980 års läroplan för grundskolan :inledning : mål och riktlinjer.

Skolöverstyrelsen (1980). Läroplan för grundskolan. Allmän del : mål och riktlinjer, kursplaner, timplaner

Skolöverstyrelsen (1980). Läroplan för grundskolan. Kommentarmaterial. Samarbete i arbetsenheter och arbetslag.

Skolöverstyrelsen (1980). Läroplan för gymnasieskolan.2,Supplement, 69,Matematik för tvåårig ekonomisk och social linje.

Skolöverstyrelsen (1981). Matematik för treårig naturvetenskaplig linje och fyraårig teknisk linje, Supplement 75.

Skolöverstyrelsen (1982). Läroplan för grundskolan. Kommentarmaterial. Att räkna : en grundläggande färdighet. Stockholm: Liber förlag.

Skolöverstyrelsen (1983). Läroplan för gymnasieskolan. 2, Supplement, 93, Matematik för treårig humanistisk, ekonomisk och samhällsvetenskaplig linje.

Skolöverstyrelsen (1986). Läroplaner. 1986: 33 - 39.

Skolöverstyrelsen (1987). Läroplaner. 1987: 34 - 44.

Skolöverstyrelsen (1988). Läroplaner. 1988: 17. Vardagskunskaper och vardagsfärdigheter – Ett kommentarmaterial om konsumentfrågor.

Skolöverstyrelsen (1988). Läroplaner. 1988: 41 – 46.

Skolöverstyrelsen (1988). Läroplaner.1988:106-108.

Skolöverstyrelsen (1988). SÖ:s diagnostiska uppgifter i matematik. Lärarhandledning ; Översiktsdiagnoser med facit [åk] 3-4, [åk] 6-7, [åk] 8-9 ; Facit till elevhäfte åk 9. Stockholm: Liber utbildningsförlag.

Skolöverstyrelsen (1990). Läroplaner. 1990: 29. Om grundläggande kunskaper och färdigheter i en skola för alla. TIMSS & PIRLS International study center, Ina V.S. Mullis, Michael O. Martin, Pierre Foy, Alka Arora, TIMSS 2011 International Results in Mathematics, s. 36f.

Utbildningsdepartementet (1994). Kursplaner för grundskolan.

Van Hiele, Pierre (1986). Structure and insight. A theory of mathematics education. Orlando: Academic.

Wahlström, Ninni, Sundberg, Daniel (2015). En teoribaserad utvärdering av läroplanen Lgr 11, Institutet för arbetsmarknads- och utbildningspolitisk utvärdering, rapport 2015:7.

### Övriga källor

Anna-Lena Hernvall, *Skolvärlden*, "Lärlöner spelar roll för elevernas resultat", 2014-02-18, <http://skolvarlden.se/artiklar/lararloner-spelar-roll-elevernas-resultat>.

Bengt Nordström, *Barometern*, "Mer disciplin behövs i den svenska skolan", 2016-03-16, <http://www.barometern.se/reagera/mer-disciplin-behovs-i-den-svenska-skolan/>.

<http://www.corren.se/nyheter/linkoping/diagnostiska-prov-ger-undervisning-pa-ratt-niva-4357473.aspx>

Daniel Gazett, *SVT.se*, "PISA-expert: Satsa på lärlöner", 2014-02-18, <http://www.svt.se/nyheter/inrikes/sverige-far-skolrad-av-pisa-ansvarig>.

Ebba Witt-Brattström, *Skolvärlden*, "PISA ett nationellt trauma", 2013-06-07, <http://skolvarlden.se/artiklar/pisa-ett-nationellt-trauma>

Hanna Jakobson, *Expressen*, "SD: 'Det är dags att flumskolan tar slut'", 2015-06-09, <http://www.expressen.se/nyheter/sd-det-ar-dags-att-flumskolan-tar-slut/>.

Eva Alerby, P O Erixon, Tomas Kroksmark, Monika Vinterek, *Dagens Nyheter*, "'Har Sverige något att lära av de bästa PISA-länderna?'" , 2015-05-13, <http://www.dn.se/debatt/har-sverige-nagot-att-lara-av-de-basta-pisa-landerna/>.

Gabriel Heller Sahlgren, *Dagens Nyheter*, "Invandringens effekt på skolresultaten kräver krafttag", 2015-07-29, <http://www.dn.se/debatt/invandringens-effekt-pa-skolresultat-kraver-krafttag/>.

Ingemar Fredriksson, *Svenska Dagbladet*, "Tänk om skolan är tråkig – på riktigt?", 2017-07-13, <http://www.svd.se/tank-om-skolan-ar-trakig--pa-riktigt>.

Jonathan Jeppson, Max Sommerstein, *Aftonbladet*, "Så påverkar invandringen resultaten i skolan", 2016-03- 14, <http://www.aftonbladet.se/nyheter/article22439081.ab>.

Josefin Westin, *Aftonbladet*, "Nytt skolfiasko i PISA-rapport", 2014-04-01, <http://www.aftonbladet.se/nyheter/article18643752.ab>.

Kristoffer Örstadius, *Dagens Nyheter*, 2014-06-04, "Därför kan PISA-resultaten vara missvisande", <http://www.dn.se/nyheter/sverige/darfor-kan-pisa-testet-vara-missvisande/>.

Kristoffer Örstadius, *Dagens Nyheter*, "Så lite bryr sig svenska elever om Pisa-testet", *DN 2014-06-16*, <http://www.dn.se/nyheter/sverige/sa-lite-bryr-sig-svenska-elever-om-pisa-testet/>.

Magnus Oskarsson och K G Karlsson, *Svenska Dagbladet*, "Pisakatastrofen kan bli skolans räddning, 2015-05-26.

Niklas Arevik, *Lärarnas Tidning*, "PISA: lärarlöner viktigare än klasstorlek", 2013-12-06, <http://www.lararnasnyheter.se/lararnas-tidning/2013/12/06/pisa-lararloner-viktigare-klasstorlek>.

Nygård, Mikael (2015). Föreläsning: Innehållsanalys och diskursanalys, s. 5. [http://www.vasa.abo.fi/users/minygar/Undervisning-filer/Inneh%C3%A5llsanalys%20och%20diskursanalys\\_MN.pdf](http://www.vasa.abo.fi/users/minygar/Undervisning-filer/Inneh%C3%A5llsanalys%20och%20diskursanalys_MN.pdf).

OECD.org, Mathematic performance – mean value, <https://data.oecd.org/pisa/mathematics-performance-pisa.htm>.

OECD, PISA 2000, <http://www.oecd.org/edu/school/programmeforinternationalstudentassessmentpisa/33690591.pdf>.

Per Gudmundsson, *Svenska Dagbladet* (ledare), "Skolan en nationell katastrof", 2013-12-03, <http://www.svd.se/skolan-en-nationell-katastrof>.

Skolverket, läroplaner, <http://www.skolverket.se/regelverk/laroplaner-1.147973>.

Skolverket, Om matematiklyftet, [http://www.skolverket.se/polopoly\\_fs/1.215336!/Menu/article/attachment/malyft\\_broschyr\\_2013.pdf](http://www.skolverket.se/polopoly_fs/1.215336!/Menu/article/attachment/malyft_broschyr_2013.pdf).

Skolverket, Pisa i korthet, <http://www.skolverket.se/statistik-och-utvardering/internationella-studier/pisa>.

Skolverket, TIMSS i korthet, <http://www.skolverket.se/statistik-och-utvardering/internationella-studier/timss>.

Stefan Helte, *Lärarnas tidning*, "Lärare tjänar sämre än 2003, 2016-04-07, [http://www.lararnasnyheter.se/LT\\_16\\_06\\_s10\\_larare\\_tjanar\\_samre.html](http://www.lararnasnyheter.se/LT_16_06_s10_larare_tjanar_samre.html).

Stefan Lindström, *Skolvärlden*, "PISA irrelevant för läroplanen", 2014-01-24, <http://skolvarden.se/artiklar/pisa-irrelevant-laroplanen>.

Steve Adcock, *Expressen*, "Den svenska skolan behöver mer disciplin", 2016-04-10, <http://www.expressen.se/debatt/den-svenska-skolan-behoover-mer-disciplin/>.

TIMSS & PIRLS International Study Center, Lynch School of education, Boston College, About TIMSS & PIRLS International Study Center, <http://timssandpirls.bc.edu/about.html>.

TIMSS 1995, Highlights of Results from TIMSS, <http://timss.bc.edu/timss1995i/TIMSSPDF/P2HiLite.pdf>.

TIMSS 1999, Mathematics and Science Achievement of Eighth-Graders in 1999, [http://nces.ed.gov/timss/results99\\_1.asp](http://nces.ed.gov/timss/results99_1.asp).

TIMSS 2003, TIMSS 2003 Tables, <http://nces.ed.gov/timss/timss03tables.asp?figure=5&Quest=5>.

Tomas Tobé, *Aftonbladet*, "För mycket tid på spel och för lite tid för läxor", 2014-02-26, <http://www.aftonbladet.se/debatt/debattammen/skola/article18443305.ab>.

*Östgöta correspondenten*, "Diagnostiska prov ger undervisning på rätt nivå", 2005-08-18.

## Bilaga 1

### Läroplaner, kursplaner, betygskriterier, föreskrifter, kommentarer och allmänna råd

I kronologisk ordning:

- Skolöverstyrelsen, 1980. 1980 års läroplan för grundskolan :inledning : mål och riktlinjer.
- Skolöverstyrelsen, 1980 Läroplan för grundskolan. Allmän del : mål och riktlinjer, kursplaner, timplaner
- Skolöverstyrelsen, 1980. Läroplan för grundskolan. Kommentarmaterial. Samarbete i arbetsenheter och arbetslag.
- Skolöverstyrelsen, 1980. Läroplan för gymnasieskolan.2,Supplement, 69,Matematik för tvåårig ekonomisk och social linje.
- Skolöverstyrelsen, 1981. Matematik för treårig naturvetenskaplig linje och fyraårig teknisk linje, Supplement 75.
- Skolöverstyrelsen, 1982. Läroplan för grundskolan. Kommentarmaterial. Att räkna : en grundläggande färdighet. Stockholm: Liber förlag.
- Skolöverstyrelsen, 1983. Läroplan för gymnasieskolan. 2, Supplement, 93, Matematik för treårig humanistisk, ekonomisk och samhällsvetenskaplig linje.
- Skolöverstyrelsen, 1986. Läroplaner. 1986: 33 - 39.
- Skolöverstyrelsen, 1987. Läroplaner. 1987: 34 - 44.
- Skolöverstyrelsen, 1988. Läroplaner. 1988: 17. Vardagskunskaper och vardagsfärdigheter – Ett kommentarmaterial om konsumentfrågor.
- Skolöverstyrelsen, 1988. Läroplaner. 1988: 41 – 46.
- Skolöverstyrelsen, 1988. Läroplaner.1988:106-108.
- Skolöverstyrelsen, 1988. SÖ:s diagnostiska uppgifter i matematik. Lärarhandledning ; Översiktsdiagnoser med facit [åk] 3-4, [åk] 6-7, [åk] 8-9 ; Facit till elevhäfte åk 9. Stockholm: Liber utbildningsförlag.
- Skolöverstyrelsen, 1990. Läroplaner. 1990: 29. Om grundläggande kunskaper och färdigheter i en skola för alla.
- Skolverket, 1994, 1994 års läroplan för de frivilliga skolformerna, Lpf 94 :Särskilda program mål för gymnasieskolans nationella program ; Kursplaner i kärnämnen för gymnasieskolan och den gymnasiala vuxenutbildningen.
- Skolverket, 1994, Läroplan för det obligatoriska skolväsendet, förskoleklassen och fritidshemmet Lpo 94.
- Utbildningsdepartementet (1994). Kursplaner för grundskolan
- Skolverket, 1996, Grundskolan: kursplaner, betygskriterier.
- Skolverket, 2000, Gy2000.2000:14,Naturvetenskapsprogrammet : program mål, kursplaner, betygskriterier och kommentarer : [NV].
- Skolverket, 2000, Gy2000.2000:16,Samhällsvetenskapsprogrammet : program mål, kursplaner, betygskriterier och kommentarer : [SP].
- Skolverket, 2000, Kommentarer till kursplaner och betygskriterier.
- Skolverket, 2008, Grundskolan: kursplaner och betygskriterier : förordning (SKOLFS 2000:135) om kursplaner för grundskolan : Skolverkets föreskrifter (2000:141) om betygskriterier för grundskolans ämnen.